

УДК 519.86.87:004.92:37

Хомченко А. Н.¹, Коваль Н. В.¹, Осипова Н.В.²¹Черноморський національний університет імені Петра Могили, Николаев, Україна²Херсонський державний університет, Херсон, Україна

КОГНИТИВНА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА ЯК СРЕДСТВО «М'ЯГКОГО» МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ ВОССТАНОВЛЕННЯ ФУНКЦІЙ ДВУХ ПЕРЕМЕННИХ

DOI: 10.14308/ite000599

В роботі розглядається задача бікубічної інтерполяції на кінцевому елементі серендипового сімейства. С допомогою когнітивно-графічного аналізу жорстка модель Ергатудиса, Айронса і Зенкевича (1968 г.) сопоставляється з альтернативними моделями, отриманими методами прямого геометричного конструювання, взвешеного усереднення базисних поліномів, систематичного генерування базисів (усовершенствована процедура Тейлора). Основний упор зроблено на парадокс «гравітаційного відштовхування» (парадокс Зенкевича). Виявляються причини виникнення фізички неадекватних спектрів вузлових навантажень на серендипових елементах вищих порядків. М'яке моделювання дозволяє побудувати множество серендипових елементів бікубічної інтерполяції, причому для цього навіть не потрібно знати точного виду жорсткої моделі. Представлено різні інтерпретації інтегральних характеристик базисних поліномів: геометрична, фізична, ймовірнісна.

Під м'якою моделлю в теорії інтерполяції функцій двох змінних розуміється модель, піддаючись зміні за рахунок вибору базису. В лагранжевому сімействі кінцевих елементів вищих порядків такі зміни виключені (жорстке моделювання). Стандартні моделі серендипового сімейства (Зенкевич) також виявилися жорсткими. Встановлено, що «відповідальність» за жорсткість серендипових моделей покласти на лінійчаті поверхності (нульової гауссової кривизни) – коноїди, які переважають в базисному наборі. Когнітивні портрети ліній нульового рівня стандартних серендипових поверхностей підказали, що для «зм'якшення» серендипової моделі коноїди краще замінити поверхностями знакоперемінної гауссової кривизни.

В статті показано альтернативні (м'які) базиси серендипових моделей. Робота присвячена розв'язу наукових і технологічних проблем, направлених на створення, поширення і використання когнітивної комп'ютерної графіки в викладанні і навчанні.

Отримані результати представляють інтерес для студентів спеціальностей «комп'ютерні науки і інформаційні технології», «системний аналіз», «інженерія програмного забезпечення», а також для аспірантів спеціальності «інформаційні технології».

Ключові слова: графічний образ; когнітивна комп'ютерна графіка; серендипові кінцеві елементи; жорсткі і м'які математичні моделі (по Арнольду В.І.).

Введення

Когнітивна комп'ютерна графіка (ККГ) відкриває великі перспективи в освіті, оскільки дозволяє не тільки наочно і переконливо проілюструвати будь-який науковий результат, але й в максимально доступній формі відобразити, показати сам

процесс получения новых научных результатов, сам процесс научного творчества [1]. В идеале принцип единства науки, производства и образования предполагает создание интеллектуальных систем, которые позволяют генерировать новое знание на уровне систем автоматизации научных исследований (САНИ), применять знание на уровне систем автоматизированного проектирования (САПР) и автоматизированных систем управления (АСУП), извлекать знание из получаемого при этом опыта на уровне экспертных систем (ЭС) и сразу внедрять это новейшее знание в учебный процесс на уровне систем автоматизированного обучения (САО).

Огромный прогресс в области искусственного интеллекта связан с созданием качественно нового поколения ЭВМ и интеллектуализации машин на базе в основном алгоритмических метапроцедур левополушарного мышления. Ближайшей задачей является освоение «мощности» второй половины человеческого мозга – метапроцедур его образного, интуитивного, творческого правополушарного мышления. Попытки активизировать правое полушарие, как правило, приводят к «мягким» математическим моделям [2]. Возможность полезной математической теории мягких моделей открыта относительно недавно. Первые простейшие примеры, приведенные академиком В. И. Арнольдом, показывают, как эта теория может применяться в экономических, экологических и социологических моделях. В настоящей работе мы пытаемся показать, как мягкое моделирование может применяться в задачах приближения функций двух переменных, в частности, в конструктивной теории серендиповых аппроксимаций.

Анализ исследований и публикаций в исследуемой области

В условиях широкого использования современной вычислительной техники математики и специалисты, применяющие математику, все чаще выражают озабоченность тем, что математические модели во многих случаях оказываются заметно оторванными от реальности. Из-за этого отрыва недостаточно эффективно используется труд высококвалифицированных программистов и дорогостоящее машинное время. Критику такого состояния дел можно найти не только в статьях и монографиях, предназначенных для специалистов, но и в учебниках и научно-популярных изданиях [3; 4].

Стандартные (жесткие) модели серендиповых конечных элементов (СКЭ) были получены подбором в 1968 г. Описание этих моделей представлено в [5; 6]. Нестандартные (альтернативные) модели СКЭ открыты в 1982 г. [7]. Исследования в этом направлении продолжаются [8-10]. Физическую неадекватность в поузловых распределениях на СКЭ высших порядков Зенкевич обнаружил спустя три года после появления серендипова семейства [5]. Когда речь идет об ансамблировании КЭ, то господствующими (по Немчинову Ю. И. [6]) являются угловые узлы, т.к. через угловой узел «общаются» 4 элемента, а через промежуточный только 2. Если же рассматривать отдельный элемент, то господствующими следует признать промежуточные узлы. Это они «навязывают» отрицательные нагрузки угловым узлам, создавая тем самым физическую неадекватность. В научной школе О. Зенкевича не нашли средства борьбы с «гравитационным отталкиванием». Поэтому Зенкевич в [5] посоветовал смириться с этим недостатком стандартных СКЭ. Надо отметить, что новые знания о серендиповых моделях были получены во многом благодаря когнитивной функции компьютерной графики [1; 11; 12; 13].

Постановка заданий

Цель статьи – на примере серендипова элемента бикубической интерполяции (12 узлов) показать возможности «мягкого» моделирования базисов, устраняющих физическую неадекватность стандартных моделей. Провести когнитивно-графический анализ плоских сечений серендиповых поверхностей для получения альтернативных («мягких») моделей СКЭ.

К задачам, которые необходимо было решить, относятся:

- анализ стандартных методов моделирования серендиповых конечных элементов;

- когнитивно-графічний аналіз жорсткої моделі Ергатудиса, Айронса і Зенкевича, сопоставлення с альтернативними моделями, отриманими методами: прямого геометричного конструювання, взвешеного усереднення базисних поліномів, систематичного генерування базисів (усовершенствованная процедура Тейлора);
- розгляд різних інтерпретацій (геометричної, фізичної, вірогідної) інтегральних характеристик базисних поліномів;
- застосування когнитивної комп'ютерної графіки для м'якого математичного моделювання на елементах серендипова сімейства.

Основная часть

В МКЭ существуют две версии бикубической интерполяции на элементе (носителе) в форме квадрата. Полная (лагранжева) аппроксимация включает 4 внутренних узла, 4 угловых узла и 8 боковых (промежуточных) узлов. Интерполяционный полином содержит 16 членов (мономов). В задачах восстановления функций двух переменных (по известным причинам) стараются исключать внутренние узлы. Именно так появилась серендипова версия бикубической интерполяции (12 узлов по периметру КЭ). Серендиповы интерполянт уже не содержит членов с x^2y^2 , x^3y^2 , x^2y^3 и x^3y^3 и записывается в виде:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^{12} N_i(x, y) \cdot f_i, \quad (1)$$

где f_i – известные узловые значения; $N_i(x, y)$ – базисные функции. Эти функции изменяются вдоль сторон квадрата (рис. 1) по закону кубической параболы и удовлетворяют гипотезе Лагранжа:

$$N_i(x_k, y_k) = \begin{cases} 1, & i = k, \\ 0, & i \neq k, \end{cases} \quad \sum_{i=1}^{12} N_i(x, y) = 1, \quad (2)$$

Серендиповы КЭ были выбраны не только потому, что в теории «мягкого» моделирования практически отсутствуют содержательные примеры из вычислительной математики, но еще и потому, что серендиповы модели до сих пор остаются наименее изученными.

Когнитивно-графический анализ лучше начать со стандартной модели Зенкевича [5, 6] (рис. 1).

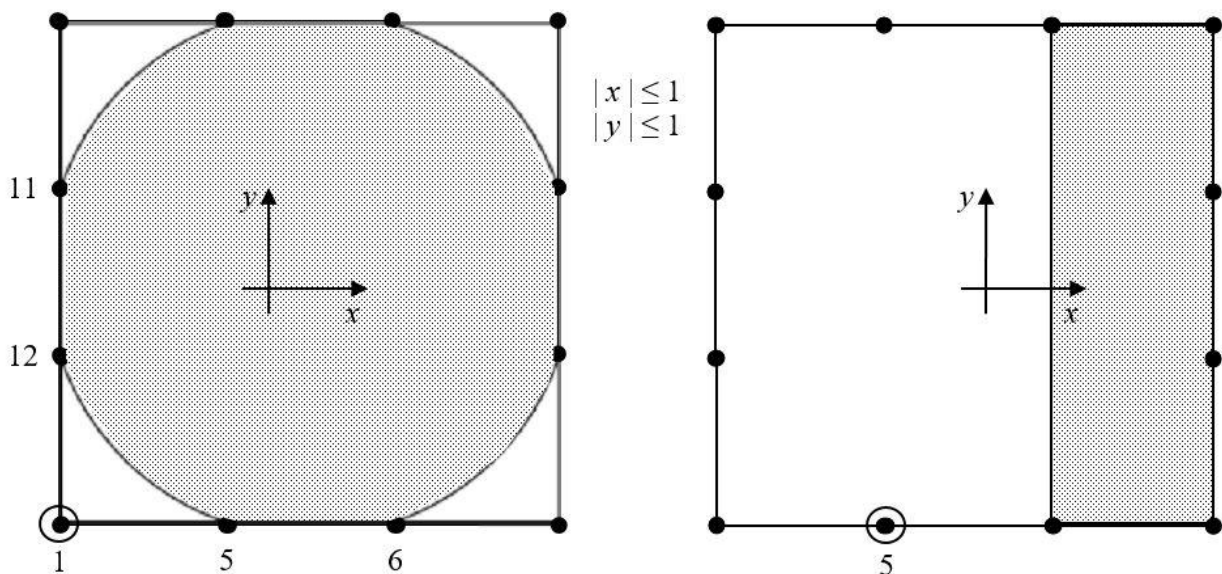


Рис. 1. Линии нулевого уровня и области отрицательных значений $N_1(x, y)$ и $N_5(x, y)$ (модель Standard).

В англоязычных источниках этот элемент обозначают Q12. Его базис состоит из 12 функций. Для полного представления о базисе достаточно выписать две функции: «угловую», например $N_1(x, y)$, и «промежуточную», например $N_5(x, y)$.

Угловая функция имеет вид:

$$N_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(9(x^2 + y^2) - 10), \quad (3)$$

и, аналогично, $N_i(x, y)$, $i = 2, 3, 4$.

Функция $N_5(x, y)$ имеет вид:

$$N_5(x, y) = \frac{9}{32}(1-x^2)(1-y)(1-3x), \quad (4)$$

и аналогично $N_i(x, y)$, $i = 6, 7, \dots, 12$.

Много полезной информации о свойствах финитных функций $N_i(x, y)$ содержат портреты линий уровня соответствующих поверхностей. На рис. 1 показаны линии нулевого уровня $N_1(x, y)$ (слева) и $N_5(x, y)$ (справа), области отрицательных значений заштрихованы. Главным недостатком стандартных моделей серендипова семейства, как известно [5], являются отрицательные узловые нагрузки в вершинах квадрата. Напомним, что узловые нагрузки определяются правилом Ньютона-Котеса:

$$\gamma_i = \frac{1}{S} \iint_D N_i(x, y) dx dy, \quad (5)$$

где γ_i – нагрузки в узле i от единичной массовой силы; S – площадь носителя.

Для стандартной модели вычисления дают:

$$\gamma_i = \begin{cases} -\frac{1}{8}, & i = 1, 2, 3, 4, \\ \frac{3}{16}, & i = 5, \dots, 12. \end{cases}, \quad (6)$$

Как показывает метод сечений, узловые нагрузки существенно зависят от рельефа поверхностей $N_i(x, y)$. Рис. 1 позволяет предположить, что причиной физической неадекватности модели S является избыток площади отрицательных значений $N_1(x, y)$ (или избыток площади положительных значений $N_5(x, y)$). Понятно, что γ_i зависит не только от площади «воронки», но и от ее глубины, например, в центре квадрата. Для модели S глубина «воронки» в центре $N_1(0; 0) = -\frac{5}{16}$, высота «холма» $N_5(0; 0) = \frac{9}{32}$. Зенкевич [5] назвал такое распределение противоестественным (с этим можно согласиться) и лишенным здравого смысла (а с этим можно поспорить). Если не ограничиваться только физической интерпретацией, то можно обнаружить здравый смысл в γ_i модели S . Например, с точки зрения теории вероятностей γ_i – это математическое ожидание функции случайного вектора. Это естественные и вполне понятные интегральные характеристики модели. Для непримиримых приверженцев физических аналогий ниже будет показано, как конструировать физически адекватные модели.

Для иллюстрации эффективности метода взвешенного усреднения базисов преднамеренно сконструируем альтернативную модель с более острым уровнем физической неадекватности.

В альтернативной модели (назовем ее модель A) используем вместо окружности, проходящей через все промежуточные узлы, параболу, проходящую через узлы 5, 6, 11, 12 (рис. 2).

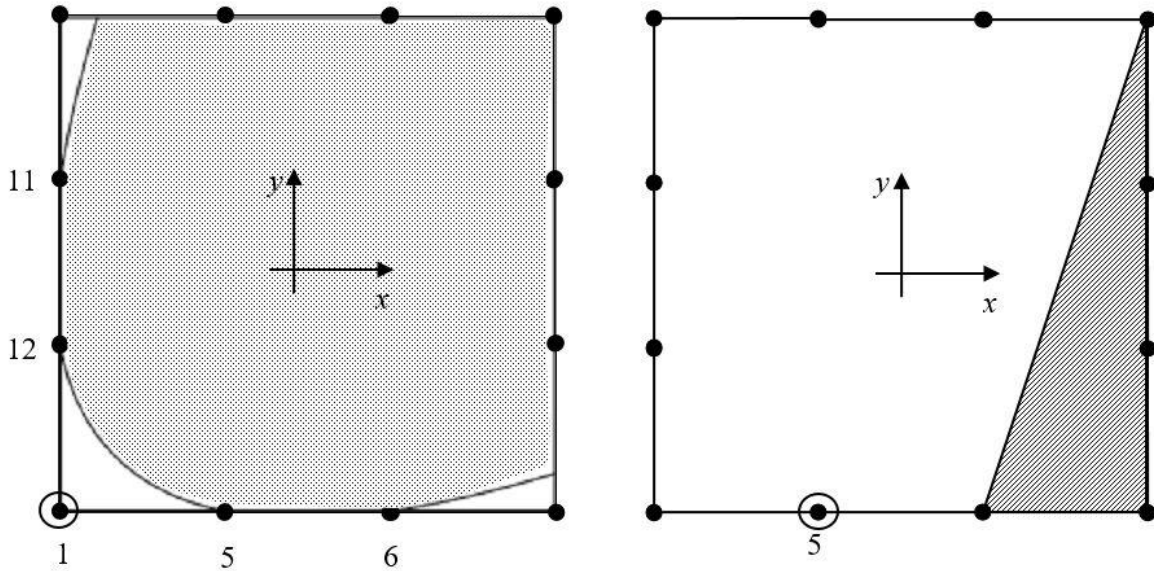


Рис. 2. Линии нулевого уровня и области отрицательных значений $N_1(x, y)$ и $N_5(x, y)$ (модель A).

Базисные функции модели A имеют вид:

$$N_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(9(x-y)^2 - 18(x+y) - 28), \quad (7)$$

и аналогично $N_i(x, y)$, $i = 2, 3, 4$;

$$N_5(x, y) = \frac{9}{32}(1-x^2)(1-y)(2-3x+y), \quad (8)$$

и аналогично $N_i(x, y)$, $i = 6, \dots, 12$.

Параболическое очертание области отрицательных значений $N_1(x, y)$ и углубление «воронки» существенно меняет модель бикубической интерполяции к худшему, если иметь в виду строго физический смысл интегральных средних. Вычисления дают следующие результаты:

$$\gamma_i = \begin{cases} -\frac{3}{8}, & i = 1, 2, 3, 4, \\ \frac{5}{16}, & i = 5, \dots, 12. \end{cases}, \quad (9)$$

Глубина «воронки» в центре носителя $N_1(0; 0) = -\frac{14}{16}$, высота «холма» $N_5(0; 0) = \frac{9}{16}$.

Заметим, что в модели A появился 13-й моном x^2y^2 . В этой ситуации принято говорить [2] о мягкой модели – модели, поддающейся изменениям (за счет выбора другого базиса в нашем примере). Было бы ошибкой считать, что мягкая математическая модель всегда лучше жесткой модели. Например, с физической точки зрения, мягкая модель A хуже жесткой модели S . Важно, что в руках исследователя теперь есть две модели. Эта пара (назовем ее «родительской») позволяет путем взвешенного усреднения получить «дочернюю» модель с наперед заданными характеристиками. И совсем неважно, что одна модель «родительской» пары плохая, а другая – очень плохая. Главное – правильно составить «смесь». Покажем, как получить «дочернюю» модель D .

Взвешенное усреднение выполняется по правилу

$$\bar{N}_i(x, y) = \alpha N_i^{(S)}(x, y) + (1-\alpha)N_i^{(A)}(x, y), \quad (10)$$

где α – весовой коэффициент; $N_i^{(S)}(x, y)$, $N_i^{(A)}(x, y)$ – базисные функции соответственно моделей S и A . Весовой коэффициент α определяется из

$$\bar{\gamma}_i = \alpha \gamma_i^{(S)} + (1 - \alpha) \gamma_i^{(A)}, \quad (11)$$

где $\bar{\gamma}_i$ выбирается «по вкусу».

Особый интерес представляет случай $\bar{\gamma}_i = 0$, $i = 1, 2, 3, 4$. Физическая интерпретация: угловые узлы не нагружены. Вся нагрузка на элемент распределена между промежуточными узлами. Геометрическая интерпретация: средняя аппликата поверхности $\bar{N}_i(x, y)$ равна нулю. При этом объем между «нависающим» фрагментом поверхности и плоскостью носителя равен объему между носителем и «провисающим» фрагментом поверхности. Вероятностный смысл: математическое ожидание функции случайного вектора равно нулю. Сразу заметим, что задача конструирования такой модели решается неоднозначно. В этом основная особенность мягкого моделирования. Если воспользоваться формулой (11), получим $\alpha = 1,5$. При этом базис дочерней модели состоит из функций:

$$\bar{N}_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(9(x^2 + xy + y^2) + 9(x+y) - 1), \quad (12)$$

и аналогично $i = 2, 3, 4$;

$$\bar{N}_5(x, y) = \frac{9}{64}(1-x^2)(1-y)(1-6x-y), \quad (13)$$

и аналогично $i = 6, \dots, 12$.

На рис. 3 показаны линии нулевого уровня и области отрицательных значений $\bar{N}_1(x, y)$ и $\bar{N}_5(x, y)$ (модель D).

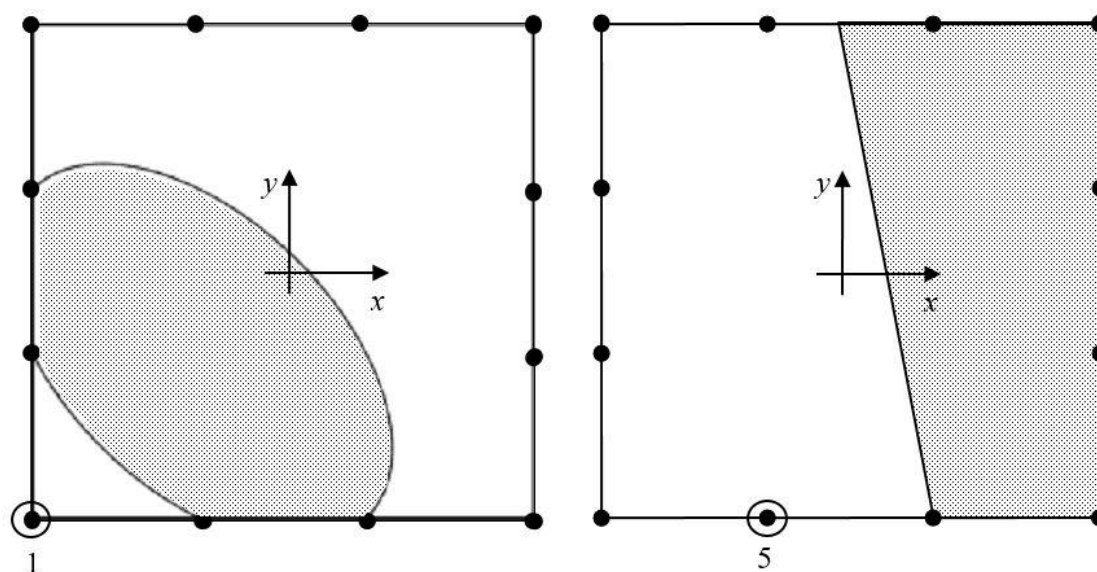


Рис. 3. Линии нулевого уровня и области отрицательных значений $\bar{N}_1(x, y)$ и $\bar{N}_5(x, y)$ (модель D).

Процедура «смешивания» окружности и параболы приводит к эллипсу. Возникает идея попытаться включить в рассмотрение гиперболу. Мы подобрали две гиперболы (четыре ветви), которые проходят сразу через все промежуточные узлы. В этом заключается метод прямого геометрического моделирования. Угловая поверхность $N_1(x, y)$ модели с гиперболой (назовем ее модель Γ) имеет вид:

$$N_1(x, y) = \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(9x^2y^2 - 1) \quad (14)$$

и аналогично $N_i(x, y)$, $i = 2, 3, 4$.

Промежуточные функции $N_i(x, y)$, $i = 5, \dots, 12$ не отличаются от соответствующих функций модели D . Понятно, что спектр узловых нагрузок такой же: $\gamma_i = 0$, $i = 1, 2, 3, 4$; $\gamma_i = \frac{1}{8}$, $i = 5, \dots, 12$. На рис. 4 слева показаны линии нулевого уровня $N_1(x, y)$ модели Γ .

Если модифицировать метод Тейлора [14], можно сконструировать «промежуточные» функции, заменив линейчатые поверхности (модель S) вогнутыми, а затем построить угловые функции. В этом случае $N_1(x, y)$ имеет вид:

$$N_1(x, y) = \frac{1}{64}(1-x)(1-y)(-2 + 9(x^2 + y^2) + 9(x+y) - 9xy(x+y)) \quad (15)$$

и аналогично $N_i(x, y)$, $i = 2, 3, 4$. Промежуточная функция $N_5(x, y)$ теперь имеет вид:

$$N_5(x, y) = \frac{9}{64}(1-x^2)(1-3x)(1-y)^2, \quad (16)$$

и аналогично $i = 6, \dots, 12$.

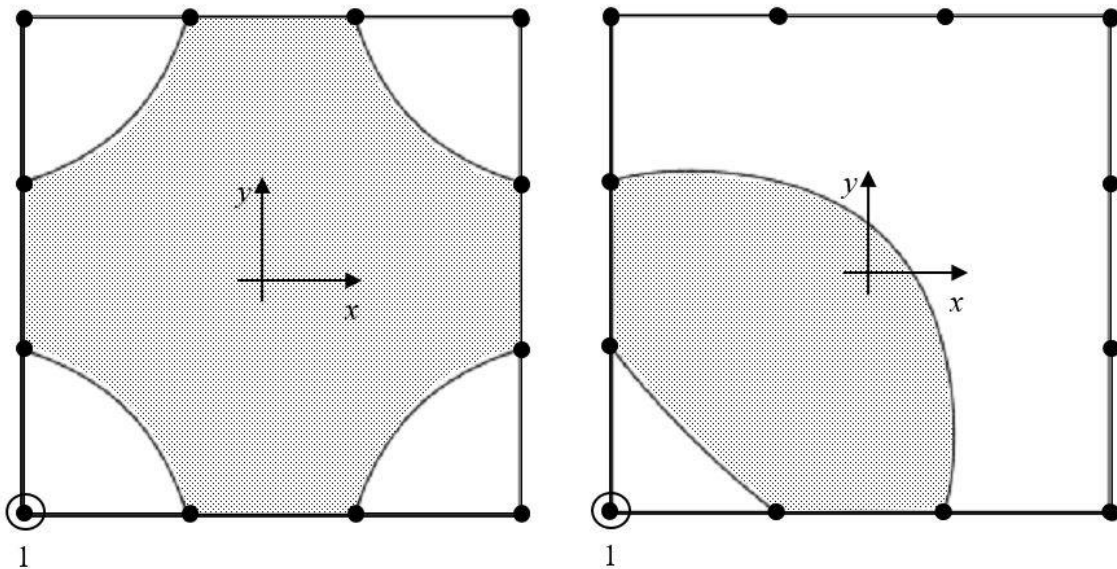


Рис. 4. Линии нулевого уровня поверхностей (14) слева и (15) справа.

На рис. 4 справа показаны линии нулевого уровня поверхности (15) (модель T). Спектр узловых нагрузок модели T такой же, как и в моделях D и Γ . Заметим, что линии нулевого уровня поверхности (16) не отличаются от линий нулевого уровня поверхности (4), хотя рельеф модели T более сложный. Чтобы избежать ошибок в анализе формообразования, необходимо наряду с горизонтальными сечениями применять вертикальные сечения.

На рис. 5 показаны вертикальные сечения модельного ряда поверхностей $N_5(x, y)$ плоскостью $x = -\frac{1}{3}$. Для удобства мы связываем с каждой поверхностью начальную аппликату $N_5(-\frac{1}{3}; 0)$. Так $\frac{3}{4}$ ассоциируется с моделью A , $\frac{1}{2}$ – с моделью S , $\frac{3}{8}$ – с моделями D и Γ , $\frac{1}{4}$ – с моделью T .

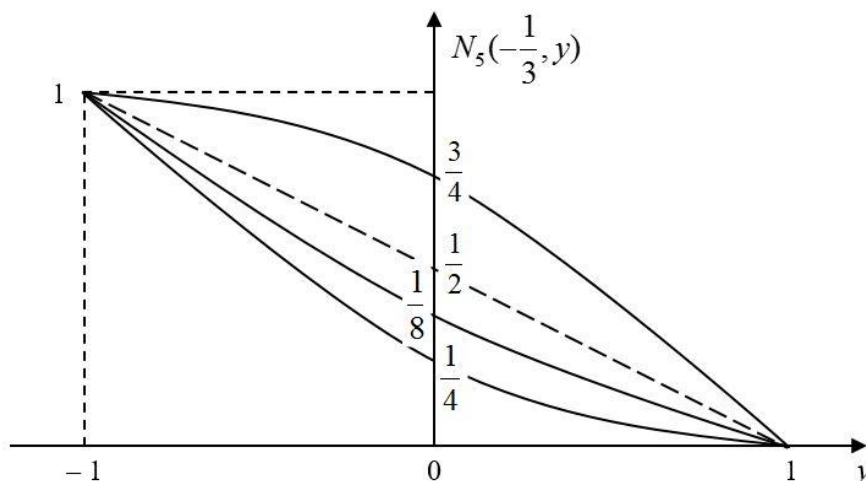


Рис. 5. Сечения плоскостью $x = -\frac{1}{3}$ промежуточных поверхностей $N_5(x, y)$.

Рассмотрим еще одну модель бикубической интерполяции функции двух аргументов с противоестественным спектром узловых нагрузок. Здесь, в отличие от модели А, в качестве линии нулевого уровня мы используем гиперболу, которая смещена по диагонали квадрата так, что узлы 5, 6, 11, 12 лежат на линии нулевого уровня поверхности $N_1(x, y)$. Эта модель получена по правилу взвешенного усреднения (11) двух описанных выше моделей S и А. Весовой коэффициент $\alpha = -\frac{1}{2}$. При этом форма физической неадекватности еще острее:

$\bar{y}_i = -\frac{1}{2}$, $i = 2, 3, 4$. Ниже приведен полный набор базисных функций этой модели:

$$\begin{aligned}
 N_1(x, y) &= \frac{1}{32}(1-x)(1-y)(9(x^2 - 3xy + y^2) - 27(x+y) - 37), \\
 N_2(x, y) &= \frac{1}{32}(1+x)(1-y)(9(x^2 + 3xy + y^2) - 27(-x+y) - 37), \\
 N_3(x, y) &= \frac{1}{32}(1+x)(1-y)(9(x^2 - 3xy + y^2) + 27(x+y) - 37), \\
 N_4(x, y) &= \frac{1}{32}(1-x)(1+y)(9(x^2 + 3xy + y^2) - 27(x-y) - 37), \\
 N_5(x, y) &= \frac{9}{64}(1-x^2)(1-y)(5-6x+3y), \\
 N_6(x, y) &= \frac{9}{64}(1-x^2)(1-y)(5+6x+3y), \\
 N_7(x, y) &= \frac{9}{64}(1-y^2)(1+x)(5-3x-6y), \\
 N_8(x, y) &= \frac{9}{64}(1-y^2)(1+x)(5-3x+6y), \\
 N_9(x, y) &= \frac{9}{64}(1-x^2)(1+y)(5+6x-3y),
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$N_{10}(x, y) = \frac{9}{64}(1-x^2)(1+y)(5-6x-3y),$$

$$N_{11}(x, y) = \frac{9}{64}(1-y^2)(1-x)(5+3x+6y),$$

$$N_{12}(x, y) = \frac{9}{64}(1-y^2)(1-x)(5+3x-6y).$$

На рис. 6 показаны линии нулевого уровня и области отрицательных значений «угловой» функции $N_1(x, y)$ и «промежуточной функции» $N_5(x, y)$.

На рис. 7 показан график базисной «угловой» функции $N_1(x, y)$. Глубина воронки «угловой» поверхности в центре носителя $N_i(0,0) = -\frac{37}{32}$. Высота холма «промежуточной»

поверхности в центре носителя $N_i(0,0) = \frac{45}{64}$.

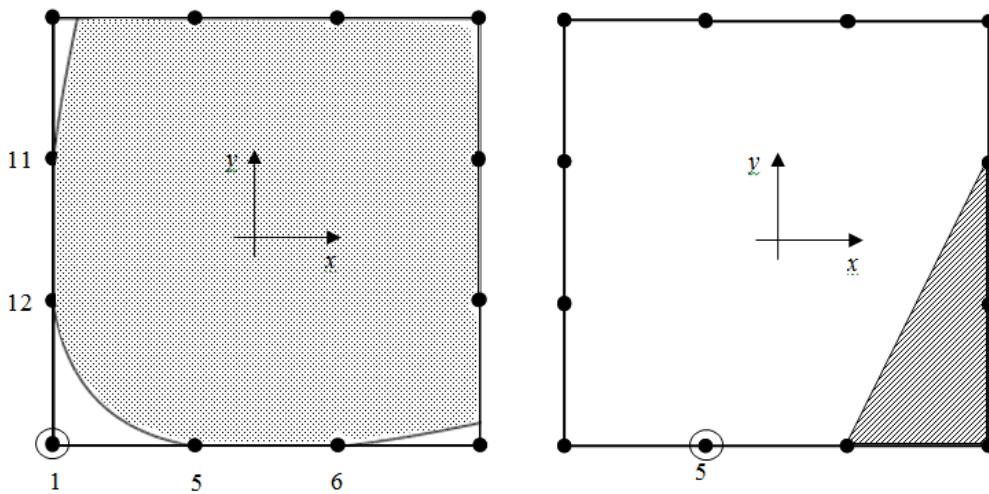


Рис. 6. Линии нулевого уровня и области отрицательных значений $N_1(x, y)$ и $N_5(x, y)$ базиса (17).

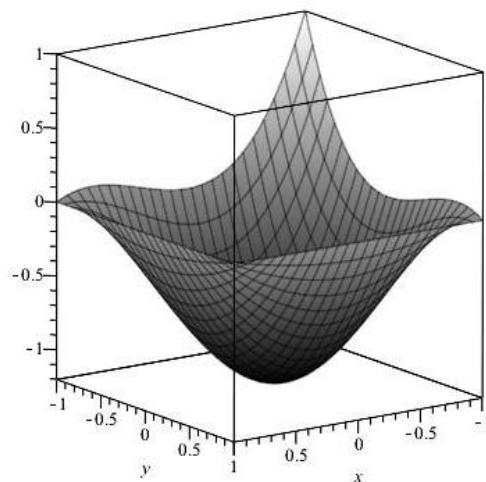


Рис. 7. График базисной функции $N_1(x, y)$ базиса (17).

С точки зрения стереометрии при конструировании поверхностей бикубической интерполяции можно ограничиться лишь фрагментами плоскостей и поверхностей второго

порядка. Это означает, что в большинстве случаев уравнение бикубической поверхности можно разложить на линейные и квадратичные множители.

Заметим, что существует бесчисленное множество случаев, когда уравнение бикубической поверхности нельзя представить в виде произведения линейных и квадратичных полиномов. В качестве примера можно привести поверхность (15) модели T .

Выводы и перспективы дальнейших исследований

Мягкое математическое моделирование на элементах серендипова семейства стало возможным благодаря появлению нематричных методов в задачах восстановления функций.

В работе рассмотрено моделирование бикубического конечного элемента серендипова семейства.

С помощью когнитивно-графического анализа жесткая модель Эргатудиса, Айронса и Зенкевича (1968 г.) сопоставляется с альтернативными моделями, полученными методами: прямого геометрического конструирования, взвешенного усреднения базисных полиномов, систематического генерирования базисов (усовершенствованная процедура Тейлора).

Мягкое моделирование позволяет построить множество серендиповых элементов бикубической интерполяции, причем для этого даже не нужно знать точного вида жесткой модели.

Предложены различные интерпретации интегральных характеристик базисных полиномов: геометрическая, физическая, вероятностная.

Применение когнитивной компьютерной графики легко распространяется на КЭ второго (Q8) и четвертого (Q16) порядков.

Есть основания полагать, что описанные здесь новые методы дадут новые результаты на пространственных элементах серендипова семейства: N20, N32, N44.

Работа посвящена решению научных и технологических проблем, направленных на создание, распространение и использование когнитивной компьютерной графики в преподавании и обучении.

Полученные результаты представляют интерес для студентов специальностей: «компьютерные науки и информационные технологии», «системный анализ», «инженерия программного обеспечения», а также для аспирантов специальности «информационные технологии».

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Зенкин А. А. Когнитивная компьютерная графика / А. А. Зенкин. – М. : Наука, 1991. – 187 с.
2. Арнольд В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В. И. Арнольд. – М. : МЦНМО, 2008. – 32 с.
3. Блехман И. И. Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов / И. И. Блехман, А. Д. Мышкис, Я. Г. Пановко. – К. : Наукова думка, 1976. – 270 с.
4. Алимов Ю. И. Альтернатива методу математической статистики / Ю. И. Алимов. – М. : Знание, 1980. – 64 с.
5. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич. – М. : Мир, 1975. – 541 с.
6. Немчинов Ю. И. Расчет пространственных конструкций (метод конечных элементов) / Ю.И. Немчинов. – К. : Будівельник, 1980. – 232 с.
7. Хомченко А. Н. Некоторые вероятностные аспекты МКЭ / А. Н. Хомченко. – Ивано-Франковск : Ив.-Франк. Ин-т нефти и газа, 1982. – 6 с. Деп. В ВИНТИ, № 1213.
8. Астионенко И. А. Серендиповы аппроксимации: поучительные ошибки и контрпримеры / И. А. Астионенко, Е. И. Литвиненко, А. Н. Хомченко // Научные ведомости БелГУ. Серия: Математика. Физика. - № 11 (130). Вып. 27. – 2012. – С. 110-115.
9. Хомченко А. Н. Серендиповы аппроксимации: забавы с неузловыми параметрами / А.Н. Хомченко, Е. И. Литвиненко, И. А. Астионенко // Проблемы информационных технологий. – Вып. 1 (017). – Херсон: ХНТУ, 2015. – С. 64-69.

10. Хомченко А. Н. Некоторые обобщения функции-«пагоды»: компьютерный анализ когнитивно-графических свойств / А. Н. Хомченко, Е. В. Сиденко // Наукові праці. Комп'ютерні технології. Вип. 254. Т. 266. – Миколаїв : ЧДУ ім. П. Могили, 2015. – С. 125-130.
11. Поспелов Д. А. Когнитивная графика – окно в новый мир. / Д. А. Поспелов. – Программные продукты и системы, 1992. – С. 4-6.
12. Зенкин А. А. Знание-порождающие технологии когнитивной реальности / А. А. Зенкин // Новости Искусственного Интеллекта. – № 2. – 1996. – С. 72-78.
13. Astionenko I. O. Cognitive-graphic method for constructing of hierarchical forms of basic functions of biquadratic finite element / I. O. Astionenko, O. I. Litvinenko, N. V. Osipova, G. Ya. Tuluchenko, A. N. Khomchenko // AIP Conference Proceedings 1773, 040002 (2016); doi: 10.1063/1.4964965.
14. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы / Р. Галлагер. – М. : Мир, 1984. – 428 с.

Стаття надійшла до редакції 29.08.16

Хомченко А. Н.¹, Коваль Н. В.¹, Осипова Н.В.²

¹Чорноморський національний університет імені Петра Могили, Миколаїв, Україна

²Херсонський державний університет, Херсон, Україна

КОГНІТИВНА КОМП'ЮТЕРНА ГРАФІКА ЯК ЗАСІБ «М'ЯКОГО» МОДЕЛЮВАННЯ В ЗАДАЧАХ ВІДНОВЛЕННЯ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ

У роботі розглядається задача бікубічної інтерполяції на скінченному елементі серендипової сім'ї. За допомогою когнитивно-графічного аналізу жорстка модель Ергатудиса, Айронса і Зенкевича (1968 г.) порівнюється з альтернативними моделями, отриманими методами прямого геометричного конструювання, зваженого усереднення базисних поліномів, систематичного генерування базисів (вдосконалена процедура Тейлора). Основний упор зроблений на парадокс «гравітаційного відштовхування» (парадокс Зенкевича). З'ясовуються причини виникнення фізично неадекватних спектрів вузлових навантажень на серендипових елементах вищих порядків. М'яке моделювання дозволяє побудувати безліч серендипових елементів бікубічної інтерполяції, причому для цього навіть не потрібно знати точного виду жорсткої моделі. Запропоновано різні інтерпретації інтегральних характеристик базисних поліномів: геометрична, фізична, ймовірнісна.

Під м'якою моделлю в теорії інтерполяції функцій двох змінних мається на увазі модель, що піддається зміні за рахунок вибору базису. У лагранжевої сім'ї скінчених елементів вищих порядків такі зміни виключені (жорстке моделювання). Стандартні моделі серендипової сім'ї (Зенкевич) також виявилися жорсткими. Встановлено, що «відповідальність» за жорсткість серендипових моделей лягає на лінійчаті поверхні (нульової гаусової кривини) – коноїди, які переважають у базисному наборі. Когнітивні портрети ліній нульового рівня стандартних серендипових поверхонь підказали, що для «пом'якшення» серендипової моделі коноїди краще замінити поверхнями знакозмінної гаусової кривини.

У статті показані альтернативні (м'які) базиси серендипових моделей. Робота присвячена вирішенню наукових і технологічних проблем, спрямованих на створення, поширення і використання когнитивної комп'ютерної графіки у викладанні і навчанні.

Отримані результати становлять інтерес для студентів спеціальностей «комп'ютерна наука та інформаційні технології», «системний аналіз», «інженерія програмного забезпечення», а також для аспірантів спеціальності «інформаційні технології».

Ключові слова: графічний образ; когнітивна комп'ютерна графіка; серендипові скінчені елементи; жорсткі і м'які математичні моделі (за Арнольдом В. І.).

Khomchenko A.N.¹, Koval N.V.¹, Osipova N.V.²

¹Petro Mohyla Black Sea National University, Mykolaiv, Ukraine

²Kherson State University, Kherson, Ukraine

COGNITIVE COMPUTER GRAPHICS AS A MEANS OF "SOFT" MODELING IN PROBLEMS OF RESTORATION OF FUNCTIONS OF TWO VARIABLES

The paper considers the problem of bi-cubic interpolation on the final element of serendipity family. With cognitive-graphical analysis the rigid model of Ergatoudis, Irons and Zenkevich (1968) compared with alternative models, obtained by the methods: direct geometric design, a weighted averaging of the basis polynomials, systematic generation of bases (advanced Taylor procedure). The emphasis is placed on the phenomenon of "gravitational repulsion" (Zenkevich paradox). The causes of rising of inadequate physical spectra nodal loads on serendipity elements of higher orders are investigated. Soft modeling allows us to build a lot of serendipity elements of bicubic interpolation, and you do not even need to know the exact form of the rigid model. The different interpretations of integral characteristics of the basis polynomials: geometrical, physical, probability are offered.

Under the soft model in the theory of interpolation of function of two variables implies the model amenable to change through the choice of basis. Such changes in the family of Lagrangian finite elements of higher orders are excluded (hard simulation). Standard models of serendipity family (Zenkevich) were also tough. It was found that the "responsibility" for the rigidity of serendipity model rests on ruled surfaces (zero Gaussian curvature) - conoids that predominate in the base set. Cognitive portraits zero lines of standard serendipity surfaces suggested that in order to "mitigate" of serendipity pattern conoid should better be replaced by surfaces of alternating Gaussian curvature.

The article shows the alternative (soft) bases of serendipity models. The work is devoted to solving scientific and technological problems aimed at the creation, dissemination and use of cognitive computer graphics in teaching and learning.

The results are of interest to students of specialties: "Computer Science and Information Technologies", "System Analysis", "Software Engineering", as well as post-graduate specialty "Information Technologies".

Keywords: graphic image; cognitive computer graphics; serendipity finite elements; hard and soft mathematical models (by Arnold V.).