МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет комп'ютерних наук, фізики та математики
Кафедра алгебри,геометрії та математичного аналізу

Діяльнісний підхід до навчання математики

Кваліфікаційна робота (проєкт)
на здобуття ступеня вищої освіти “бакалавр”

Виконав: студент
спеціальності 014.04 Середня освіта (математика)
освітньо-професійної програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти «Середня освіта (математика)»
Лапік Семен Володимирович

Керівник кандидат педагогічних наук, доцент Таточенко В.І.
Рецензент доктор педагогічних наук, професор Шерман М.І.

Херсон – 2020

ЗМІСТ

Вступ…… 3

Розділ 1. Теоритичні засади діяльнісного підходу у навчанні математики

1.1. Основна мета діяльнісного підходу в розвитку особистості ……. 6

1.2. Провідна ідея діяльнісного підходу в розвитку особистості ……. 13

1.3. Навчальна діяльність та її компоненти ……. 16

1.4. Вплив формування навчальної діяльності на стан здобувача освіти як суб'єкта діяльності ……. 26

1.5. Основні типи орієнтирів поетапного формування розумових дій ……..... 31

Розділ 2. Роль загальних розумових дій та прийомів розумової діяльності в навчанні математики

2.1. Класифікація розумових дій …….. 34

2.2. Аналіз та синтез …… 38

2.3. Порівняння ……... 40

2.4. Абстрагування ……. 41

2.5. Узагальнення …….. 43

2.6. Аналогія у навчанні математики 45

2.7. Використання індукції та дедукції у навчанні математики 48

Висновки …… 57

Список використаних джерел …….. 59

ВСТУП

Актуальність проблеми дослідження. В сучасному житті не потрібно доводити необхідность важливості математики у процесі викладання. Ця наука сприяє кращому формуванню можливих понять всередині окремих предметів,а саме: груп і систем, які дають повне уявлення, про які неможливо дати учням на уроках будь-якої однієї дисципліни (поняття про будову матерії, різних процесах, видах енергії).

Сучасний етап розвитку математики як науки визначається характерним взаємопроникненням науки одна в одну, і особливо проникненням математики і фізики в інші галузі знань. Зв'язок такої науки, як математика, насамперед є відображенням існуючого зв'язку з практичною діяльністю людей.

Необхідний зв'язок між навчальними предметами диктується також дидактичними принципами навчального процесу, виховними завданнями, а також, підготовкою учнів до застосування набутих знань на практиці. В першу чергу, математика є точним виразом інтеграційних процесів, які відбуваються сьогодні в науці, а також в житті суспільства. Ці зв'язки відіграють важливу роль в підвищенні практичної та науково-теоретичної підготовки учнів, суттєвою особливістю якої є набуття школярами узагальненого характеру пізнавальної діяльності.

Математика сприяє формуванню учнями цілісного уявлення про явища природи та взаємозв'язки між ними і тому практично набуті знання знання є більш значущими для застосувння, це допомагає учням використовувати знання і вміння, які вони придбали при вивченні одних предметів. Також ці навички учні можуть використовувати при вивченні інших предметів. Математика дає можливість застосовувати набуті

знання і навички у конкретних ситуаціях, як у навчальній, так і в позаурочній діяльності, наукової та громадської сфери життя учнів.

За допомогою математики можна якісно вирішувати завдання навчання, розвитку та виховання, але також закладається фундамент для професійного самовизначення учнів.

Проблему діяльнісного підходу до навчання математики вивчали такі вчені як: Л.С. Виготський, П. Я. Гальперін, В. В. Давидов, Д. Б. Ельконін, О. М. Леонтьєв, С.Л. Рубінштейн, В.Д, Шадріков. Вони розкрили основні положення теорії розвитку психіки дитини. Принцип «навчання за допомогою діяння» проголошували американські (Д. Дьюї, В. Кілпатрик, Е. Коллінгс) та радянські (С. Шацький, І. Свадковський) дослідники.

У 60-70 роках XX століття педагоги Ю. К. Бабанский, І. І. Ільясов, Л. В. Занков, І. Я. Лернер, М. І. Махмутов, М. Н. Скаткін та ін. займалися виявленням умов ефективного впровадження діяльнісного підходу у навчально-виховний процес школи.

Але, не зважаючи на значну кількість досліджень,позаувагою залишився ряд проблем,наприклад, мало вивчена тема впливу формування навчальної діяльності на становище здобувача освіти як суб'єкта діяльності. Недостатня увага до цього питання викликана тим, що Державні стандарти, яким підпорядковується формування навчальної діяльності, часто змінюються.

Об'єкт дослідження є методологічні підходи до організації навчання математики. *Предметом дослідження* виступає діяльнісний підхід до навчання математики у загальноосвітніх навчальних закладах.

Мета дослідження – теоритично обґрунтувати діяльнісний підхід до навчання математики, класифікувати розумові дії та прийоми розумової діяльності в навчанні математики.

Для досягнення мети дослідження поставлено наступні *завдання.*

1. Аналіз психолого-педагогічної методичної літератури шкільної практики з проблеми дослідження.

2. Уточнення категоріального апарату дослідження.

3. Охарактеризувати роботу вчителя математики при діяльнісному підході до навчання.

Методи дослідження. Для реалізації мети та завдань дослідження був застосований комплекс методів дослідження:

1) теоретичні: аналіз нормативної документації, філософської, психолого-педагогічної, навчально-методичної літератури з проблемами методів навчання математики, що дозволило чітко окреслити об'єкт, предмет, завдання дослідження, виокремити теоретичні засади проблеми дослідження, її категоріальний апарат;

2) емпіричні: опитування (анкетування) вчителів і здобувачів освіти з метою виявлення особливостей змістових ліній на сучасному етапі розвитку загально-освітніх навчальних закладів України.

Практичне значення дослідження. Результати дослідження можуть бути використані на уроках математики в загальноосвітніх закладах, під час практичних занять з математики на математичних факультетах у вищих навчальних закладах.

Структура роботи. Кваліфікаційна робота складається зі вступу, двох розділів, загальних висновків, списку використаної літератури.

РОЗДІЛ 1
ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ДІЯЛЬНІСНОГО ПІДХОДУ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

1.1. Основна мета діяльнісного підходу в розвитку особистості

Головна ідея діяльнісного підходу в процесі розвитку особистості – людина проявляє властивості та зв'язки елементів реального світу лише в процесі та на базі різних видів діяльності (розумової, предметної, колективної, індивідуальної та ін.) Під навчальною діяльністю більшість психологів розуміють безпосередньо діяльність учнів, яка спрямована на набування теоретичних знань як про предмет вивчення, так і про загальні способи розв'язання задач, пов'язаних із ним, і, таким чином, впливає на розвиток учнів та на формування їх особистості. Як правило, ми розглядаємо навчальну діяльність учнів при вивченні математики в умовах загальноосвітньої школи. Визначна риса такої діяльності проявляється в тому, що вона організовується та регулюється вчителем, а також здійснюється за допомогою таких спеціальних засобів навчання, як: підручник, дидактичні матеріали, комп'ютер, таблиці тощо. Навчальна задача – це те саме, що і головний компонент навчальної діяльності. Навчальна задача – це узагальнена мета діяльності, яка сформульована для учнів у вигляді певного узагальненого навчального завдання. Постановка навчальної задачі, як правило, визначає мотиваційно-орієнтований етап навчальної діяльності. Навчальна задача, як правило, реалізується через систему навчальних дій [7].

Навчальні дії, які повязані із розв'язуванням навчальної задачі:

- зміна умов предметної задачі для того, щоб виділити загальне (основне) відношення об'єкту, який вивчається;

- моделювання основного відношення задачі в предметному, графічному чи буквенному вигляді.

Контролюючо-оцінювальний етап навчальної діяльності, як правило, містить у собі контроль за здійсненнм дій другого етапу. Крім того, він містить оцінку засвоєння загального способу як результату розв'язування навчальної задачі.

На цьому етапі навчальні завдання можуть мати наступний зміст:

- розповісти, які знання учні використали для розв'язування даної задачі;

- вказати спосіб розв'язування задачі та його суть;

- перевірити знайдений розв'язок іншим способом;

- шляхом порівняння різних способів розв'язування задачі виділити найбільш раціональний.

Також в процесі навчання використовується поопераційний контроль, який базується на способі дій, що подається у вигляді правил, узагальненої схеми тощо [1].

Таким чином, робимо висновок: діяльнісний підхід у процесі навчання являє собою розгляд навчання як активної діяльності учнів, основна мета якої полягає у засвоєнні знань та способів їх набуття. Цей підхід передбачає певну організацію діяльності учнів. При цьому в процесі навчання створюються умови для найбільш ефективного засвоєння учнями знань та способів діяльності, що сприяє їх подальшому розвитку. Засвоєння знань відбувається безпосередньо під час формування основних видів діяльності. Будь-який вид діяльності, як правило, може здійснюватися за допомогою різних прийомів, які визначаються в залежності від поставленої мети та завдань [2, 3, 4]. Прийоми навчальної діяльності, як правило, мають назву *прийомів навчальної роботи*. Прийом діяльності – це система дій, які виконуються в певній послідовності. Освне призначення цих прийомів – розв'язання навчальних завдань. Істотними ознаками будь-якого прийому діяльності є наступні:

– найбільш раціональний прийом роботи, що містить окремі дії (практичні чи розумові);

– суть прийому може бути зазначена за допомгою правила, інструкції, припису тощо;

– правильний прийом може містити узагальнення, спеціалізацію, конкретизацію;

– прийому притаманна властивість перенесення на іншу задачу;

– прийом можна переконструювати або створити на його базі новий прийом.

Прийом виконання роботи, як правило, містить в собі певну послідовність операцій дій. Ця послідовність може мати характер певних вказівок, рекомендацій або правил.

Оскільки до складу дії входять операційні та обґрунтовані знання (що виступає умовою виконання дії), то послідовність операцій кожного прийому повинна відображати наявність знань для виконання дії. Зазвичай розріняють прийоми дільності різного ступеня складності та узагальнення. Прийом діяльності називають *узагальненим*, якщо він був одержаний в результаті аналізу частинних прийомів шляхом вилучення спільного, незмінного змісту діяльності для розв'язання конкретних (окремих) задач [11]. Узагальнений прийом забезпечує підгрунтя для необхідної діяльності щодо розв'язання ряду навчальних завдань. Крім того, він забезпечує можливість переносити прийом на широке коло нових окремих завдань. Використання учнями прийомів діяльності в нових, незапланованих ситуаціях називається *переносом прийомів*. Переносенню прийомів діяльності до нової ситуацію допомогає така методика, які забезпечує узагальнення під час засвоєння. Термінами «вміння» та «навички», як правило, характеризується степінь оволодіння учнями саме прийомами навчальної діяльності.

Вміння навчатися – це процес оволодіння сукупністю загально-навчальних прийомів навчальної діяльності [16].

При цому розрізняють два основні напрямки засвоєння учнями прийомів навчальної діяльності – так звані стихійний та керований.

Стосовно методики формування прийомів навчальної діяльності в процесі навчання математики вимагають дотримання таких вимог: формування прийомів навчальної діяльності є базою для навчання учнів знанням, умінням та навичкам. Навчання учнів узагальненим прийомам навчальної діяльності повинно плануватися аналогічно тому, як панується навчання змісту навчального предмета.

Вибір методів навчання повинен бути тісно пов’язаний з основними етапами формування прийомів навчальної діяльності. Контроль за процесом формуванням прийомів діяльності в учнів вимагає включення в себе таких спеціальних завдан, як завдання на перевірку їх засвоєння [5].

Знання, уміння і навички ми розглядаємо в якості компонент навчально-пізнавальної діяльності, а тому виходячи з цього твердження, доцільно виділити наступні два види знань:

- знання про об’єкти вивчення;
- знання оперативні (про зв’язки між об’єктами).

Знання про об’єкти стосуються конкретних геометричних фігур, їх властивостей, понять, символів, теорем, тощо. Оперативні знання є основою того, що учень має робити (мислити, аналізувати, будувати) в конкретних умовах, а саме під час розв’язування задачі, під час аналізу математичної ситуації та в ході прийняття рішення. Оперативними знаннями виступають правила дій, алгоритми, класифікації, серіїзації тощо, тобто ці знання пов’язані переважно з практичним застосуванням.

Питання, як навчити учнів використовувати знання, є одним з найважливіших. Оволодіння оперативними знаннями має свою певну

специфіку, яка визначається у формуванні вмінь та навичок розв’язувати математичні задачі.

В процесі вивчення шкільного курсу математики ми стикаємося з формуванням трьох видів умінь і навичок, а саме:

- спеціальні (обчислювальні, вимірювальні, графічні тощо);

- узагальнені або інтелектуальні;

- вміння та навички самостійно працювати, самостійно здобувати знання [26].

Інтелектуальні вміння – це узагальнені уміння, що застосовує учень в процесі оволодіння як математичними знаннями, так і знаннями, які він здобуває під час вивчення усіх навчальних предметів. Мова йде про операції логічного мислення – аналіз, синтез, узагальнення, порівняння, конкретизацію, встановлення причинно-наслідкових зв’язків тощо.

Наявність третього виду вмінь та навичок обумовлює саме успіхи в навчанні. Якщо учень розуміє зміст математичної задачі та в змозі підготуватися до її розв’язання, якщо він вміє скористатися посібником, оформити здобуті знання, проконтролювати свою діяльність (і свого товариша, зокрема), внести до цієї діяльності корективи, то це є свідченням того, що такий учень вміє спланувати та організувати свою діяльність, може керувати своєю психічною діяльністю. Усе вище зазначене є показником розвитку в учня «інтелектуальних вмінь та навичок», розвитку навичок «раціональної організації навчання» [12].

Знання, вміння та навички так само, як і види навчальної діяльності, перебувають у складних взаємозв’язках та у певній діалектичній єдності.

Структуру навчальної діяльності можна подати в наступній загальній схемі: «мета – мотив – спосіб (засіб, форма, метод) – результат». При так побудованій структурі навчальна мета обумовлюється змістом навчального матеріалу, потребами в оволодінні

конкретними знаннями і на їх основі – певними видами діяльності. При цьому мотив (як спонукання до цієї діяльності) визначається в єдності свідомості та здібностей. При цому розрізняють мотиви дій та мотиви діяльності. Навчальна діяльність містть такі елементи:

– операція – найпростіший елемент, що не має своєї мети;

– дія – сукупність взаємозв'язаних операцій, яка має мету, має потребу, має намагання досягти її, інтерес, а також емоційно вольове напруження та бажання подолати труднощі.

Діяльність складається з дій, процес діяльності реалізується через дії. Дія складається з операцій , реалізується дія через операції.

Навички – це операції, які під час свого формування можуть стати більш складними навичками – діями. Наприклад, як брати в руку креслярську лінійку або олівець – це навичка, а як провести за їх допомогою паралельні, є більш складною навичкою – це конструктивна дія. Діяльність учня максимально проявляється в його уміннях та навичках. Уміння – це здатність учня здійснювати певну діяльність, або дію в нових умовах, які створюються на базі знань та інших навичок. Формування в учнів вмінь – це головне навчально-виховне завдання вчителя.

Навички так само, які і дії, у подальшому стають показниками здібностей учнів, базою їх вмінь та визначають властивості особистостей. При різних умовах навчальної діяльності саме знання породжують вміння, а вміння сприяють формуванню навичок і, обернено, саме на основі знань формуються навички, які визначають потім вміння. Проте в процесі навчення геометрії послідовність залежностей приймає іншу форму: знання та навички в оволодінні графічними і символічними позначеннями і операціями формують вміння, які пов'язанні з творчим мисленням. Навички формуються

поетапно – від початкового розуміння операцій до свідомого застосування їх в творчій майстерній діяльності.

Якщо розглядати теорію навчальної діяльності персонально, то вона повинна визначатися наступними елементами навчання школяра: мета, зміст, організація, технологія, комунікативність, контроль і корекція, оцінка діяльності [11].

Діяльнісний підхід до організації навчання математики вимагає того, щоб учень в ході опрацювання навчального матеріалу здійснював повний цикл пізнавальних дій. Мається на увазі, що він повинен сприйняти навчальний матеріал, усвідомити його, запам’ятати, потренуватися у відпрацьовуванні знань на практиці. Таким чином, він повинен здійснити наступну діяльність: повторення, поглиблення і міцне засвоєння навчального матеріалу. У зв’язку з цим при розробці методики вивчення кожної конкретної теми програми потрібно передбачити максимально сприятливі умови, що стосуються організації пізнавальних дій. Саме вони і забезпечують оволодіння учнями програмним матеріалом.

Проблема діяльності розглядалася в філософії. Так, ця проблема цікавила представників німецької класичної філософії (Гегель Г., Кант, Фейєрбах Л., Фіхте Й., Шеллінг Ф.). Також розвитком проблеми займалися і радянські нейрофізіологи початку XX століття, а саме: Бехтерєв В., Павлов І., Сеченов І. Саме вони з'ясовували фізіологічні механізми діяльності [21].

Провідні радянські психологи (Виготський Л.С., Давидов В.В., Ельконін Д.Б., Леонтьєв О.М., Шадріков В.Д., Гальперін П.Я., Рубінштейн С.Л.) визначили основні положення теорії розвитку психіки дитини. Так виникла так звана теорія діяльності: цілеспрямованість, предметність, склад та побудова, практичний та теоретичний рівень тощо.

Принцип «навчання за допомогою дії» розглядали також і американські та радянські дослідники такі, як: Дьюї Д., Кілпатрик В., Коллінгс Е., Шацький С., Свадковський І. Крім того, у 60-70 роках XX століття радянські педагоги Бабанский Ю.К., Занков Л.В., Махмутов М.І., Лернер І.Я., Скаткін М.Н. та ін. займалися виявленням умов так званого ефективного впровадження діяльнісного підходу до навчально-виховного процесу школи [7].

1.2. Провідна ідея діяльнісного підходу в розвитку особистості

Провідна ідея діяльнісного підходу у вихованні позв'язана безпосередньо з діяльністю, що виступає як засіб становлення й розвитку учня. Це означає, що в процесі та в результаті застосування форм, прийомів та методів виховної роботи народжується не робот, який запрограмований на чітке виконання певних видів дій. Це означає, що народжується Людина, яка здатна обирати, оцінювати, програмувати, конструювати ті види діяльності, які притаманні їй природі, які задовольняють її потреби у саморозвитку та самореалізації [8].

Основоположником діяльнісного підходу в психології став О.М.Леонтьєв. Він виходив з принципу відокремлення зовнішньої та внутрішньої діяльності. Зовнішня діяльність містить специфічні для людини дії з реальними предметами, які здійснюються за допомогою рухами рук, ніг, пальців. Внутрішня дія відбувається шляхом розумових дій. При цьому людина оперує не з реальними предметами шляхом реальних рухів, а застосовує їх ідеальні моделі, певні образи предметів, уявлення про них.

О.М.Леонтьєв вважав, що внутрішня діяльність є вторинною по відношенню до зовнішньої. На його думку вона формується в процесі інтеріоризації, який передбачає перехід від зовнішньої

діяльності до внутрішньої. Обернений перехід безпосередньо від внутрішньої діяльності до зовнішньої називається екстеріоризацією.

В основу побудови всієї психології О.М.Леонтьєв поклав саме категорію «діяльність». На цьому підгрунті була заснована вікова та педагогічна психологія, та й уся шкільна педагогіка в цілому. Отже, теоретичні факти, запропоновані О.М.Леонтьєвим, які базуються на схемі формування психіки дитини у вигляді послідовності «інтеріоризація – екстеріоризація», стали вихідним моментом не тільки діяльнісного підходу у навчанні та вихованні, але й у загальній системі освіти.

Проте дослідження опонентів О.М.Леонтьєва продемонстрували неправомірність виділення діяльності як основи розвитку людської психіки. Дослідження свідчать, що діяльність не є єдиною і вичерпною основою людського існування [13].

Дослідження С.Л. Рубінштейна суттєво скорегували уявлення про механізм становлення суб'єктивності дитини в процесі її діяльності. Дослідник зазначав, що зовнішні причини та безпосередньо діяльність діють на дитину, переломлюючись через внутрішні умови.

Ще більше скорегувала теорію інтеріоризації гуманістична психологія. Представники цього напрямку психології вважають, що розвиток дитини має свої внутрішні закономірності та внутрішню логіку що розвиток не виступає пасивним відображенням дійсності. Поняття внутрішньої логіки розвитку підкреслює ту обставину, що людина в ході своєї життєдіяльності набуває властивостей, які не обумовлені ані зовнішньою, ані внутрішньою діяльністю.

Згідно з таким положенням, умовою ефективності виховання в рамках саме діяльнісного підходу виступає опора на власні сили дитини, на внутрішню логіку її розвитку, на її дух. Саме цей погляд на механізм становлення та формування суб'єктності дитини обумовлю той факк, що

діяльнісний підхід до виховання слід розуміти як як підхід особистісно-орієнтований.

Предметна діяльність все більше постає якості необхідної умови, передумови формування мислення, свідомості, суб'єктивності в цілому. Діяльність в таких умовах є основою психічних властивостей, функцій. Саме завдяки такому баченню людської діяльності розробляється на сьогодні діяльнісний підхід в педагогіці.

Діяльнісний підхід у вихованні разом з його компонентами є наслідком уявлень про єдність особистості та її діяльності. З точки зору діяльнісного підходу суть виховання полягає в тому, що в центрі уваги стоїть не просто діяльність, а спільна діяльність дітей і дорослих, яка пов'язана з реалізацією разом розроблених цілей та завдань.

Виховний процес в такому разі є результатом необхідності проектування, конструювання та створення ситуацій діяльності, яка виховує.

Діяльнісний підхід у вихованні має реалізацію в рамках основної тези сучасної педагогіки, яка полягає у тому, що слід перетворювати вихованця із об'єкта навчально-виховного процесу в його суб'єкт. Виховання при цьому розуміють як «сходження до суб'єктності».

Багатогранність основних типів діяльності при цьому відображають такі поняття, як «духовна діяльність», «взаємодіяльність», «спілкування», «цілепокладання як діяльність», «змістоутворююча діяльність», «життєтворчість як діяльність» [18].

Для реалізації діяльнісного підходу провідним видом діяльності виступає навчальна діяльність. При цьому на перший план виходять методи організації дитячого колективу: колективне об'єднання вимог, колективне самообслуговування, колективне змагання.

1.3. Навчальна діяльність та її компоненти

Навчальна діяльність була предметом дослідження з часів Сократа та Аристотеля, в різні часи її сутність досліджували Я.А. Коменський, В. Сухомлинський, А. Макаренко та ін.

Що б не робила дитина, вона завжди хоче отримати результат свої діяльності (малюнок, аплікацію). Під час такої простої продуктивної діяльності людина завжди пізнає світ, проте це пізнання не виступає змістом її діяльності. Для неї перш за все важливим є продукт її діяльності та його якість. В ході своєї діяльності людина зазвичай вносить зміни у ті початкові матеріали, з якими вона взаємодіє. Зрозуміло, що в процесі таких дій змінюється і сама людина. Крім цього, практична діяльність, як правило, завжди є мотивованою, причому як внутрішньо, так і зовнішньо.

Проте навчальна діяльність побудована зовсім інакше, в ній учень під впливом вчителя починає оперувати науковими поняттями. При цому його діяльність спрямовується на їх засвоєння, але жодних змін в саму систему наукових понять вона не вносить. Результат навчальної діяльності, під час якої здійснюється засвоєння понять, орієнтований на зміну самого учня, на розвиток його здібностей, умінь та навичок.

Таким чином, навчальна діяльність – це діяльність по само зміненню, причому продуктом цієї діяльності виступають ті зміни, які відбуваються безпосередньо в об’єкті навчальної діяльності.

Таку діяльність мають спонукати адекватні *мотиви*. Такими адекватними мотивами можуть стати лише мотиви особистісного росту, особистісного вдосконалення. Це пов’язано з тим, що продукт навчальної діяльності повинен бути оцінений з позиції особистісного успіху кожного учня. В сучасній навчальній діяльності має формуватися позиція людини, що вдосконалює та розвиває себе, людини, яка здійснює суспільно-значиму діяльність.

Навчання – це складний процес, що передбачає впорядковану взаємодію педагога з учнями, причому ця взаємодія спрямована на досягнення поставленої мети [10].

Розглянемо основні структурні компоненти навчальної діяльності**.** Зовнішня структура навчальної діяльності містить наступні компоненти:

1) мотиваційний;

2) операційний (сукупність навчальних завдань та навчальних дій);

3) операційно-оцінювальний, який містить контроль, що переходить у самоконтроль, а також оцінку, яка переходить в самооцінку.

І.І. Ільясов, описуючи структурну організацію навчальної діяльності, зазначає: «... навчальні ситуації та завдання характеризуються тим, що тут учень отримує завдання на засвоєння загального способу дії і мета його засвоєння, а також зразки і вказівки для знаходження загальних способів вирішення завдань певного класу» [17]. Навчальні дії – це дії учнів, спрямовані на отримання та відшукання наукових понять та загальних способів дій, а також на їх відтворення та застосування при розв’язуванні конкретних завдань. Дії стосовно контролю напрямлені на порівняння результатів навчальних дій та заданих зразків. Дії оцінки відображають якість засвоєння запропонованих наукових знань та загальних способів розв’язування завдань.

Розглянемо *мотиваційний компонент* навчальної діяльності. Його можна охарактеризувати як як сукупність мотивів навчальної діяльності. Проте слід відмітити наступні положення. З одного боку, діяльність учня обумовлюється одночасно декількома мотивами, тому кажуть про так звану *полімотивованість* навчальної діяльності. Структура ієрархічної сходинки мотивів та їх співвідношення між собою залежить від віку учнів, змісту навчального предмета, від ролі вчителя та батьків, а також референтного оточення. З іншого боку, для навчальної

діяльності найбільш важливими є внутрішні мотиви інтелектуально-пізнавального типу, які людина розуміє як жагу до знань, необхідність у засвоєнні цих знань, як прагнення до розширення свого світогляду, прагнення до поглиблення, систематизації знань.

У структурі навчальної діяльності можна відмітити такі різновиди мотивів:

а) пізнавальні мотиви (ці мотиви обумовлюють ставлення учнів до змісту навчання, бажання вчитися та стати освіченою людиною);

б) широкі пізнавальні мотиви (ці мотиви мають прояв у вигляді інтересу до нових цікавих фактів та закономірностей);

в) навчально-пізнавальні мотиви (ці мотиви спрямовані на засвоєння способів здобуття знань);

г) мотиви самоосвіти;

д) соціальні мотиви (ці мотиви виражаються у прагненні бути корисним суспільству);

е) позиційні мотиви (ці мотиви виражаються у прагненні зайняти гідне місце в колективі);

ж) мотиви соціального співробітництва (ці мотиви мають форму спрямованості на взаємодію з партнером).

Крім видів мотивів навчальної діяльності виділяють також три типи мотивації навчання:

1) *негативна мотивація* (усвідомлення того, що можуть виникнути незручності та неприємності, якщо учень не буде вчитися);

2) *позитивна мотивація* (обумовлена мотивами, закладеними поза самої навчальної діяльності). При цому розрізняють: а) мотивацію, обумовлену соціальними прагненнями (наприклад, відшукання свого шляху в житті); б) вузькоособисті мотиви (шлях до власного добробуту); в) *практична мотивація* (користь, яку можна витягти із знань або навчання). Слід зазначити, що даний вид мотивації здобуває все більше

поширення серед учнів різних рівнів, розпочинаючи зі школи і завершуючи вузом;

3) *мотивація, закладена в самому процесі навчальної діяльності* (безпосередньо мотиви пізнавального інтересу, отримання знань).

При оцінці мотиваційної сфери необхідно враховувати і те, що далеко не всі мотиви усвідомлюються самою людиною (тим більше в дитинстві) [9].

Розглянемо *операційний компонент* навчальної діяльності. Всю навчальну діяльність може подати у вигляді системи навчальних завдань. Ці завдання сформульовані відповідно до певних навчальних ситуацій та передбачають певні навчальні дії (предметні, контрольні та допоміжні), які, в свою чергу, обумовлюють способи розв'язання навчальних задач. До навчальних завдань висуваються певні психологічні вимоги, що повинен виконувати вчитель. По-перше, конструюватися повинен цілий набір завдань, система завдань, а не поодинока задача. По-друге, при конструюванні системи завдань слід вимагати, щоб вона забезпечувала досягнення не лише найближчих навчальних цілей, але й віддалених. По-третє, навчальні завдання повинні забезпечувати засвоєння такої системи засобів, яка потрібна для успішного здійснення навчальної діяльності. По-четверте, навчальна задача повинна формулюватися таким чином, що результатом навчання виступали засоби діяльності, які потрібно засвоїти учням під час розв’язування задач. Такими засобами є рефлексія, контроль, орієнтування в задачі.

Навчальна діяльність, як відомо, починається з постановки навчальної задачі. При цому у формулюванні завдання слід вказати, що необхідно зробити учням: навчитися чогось (застосовувати правило, розв’язувати задачі тощо), засвоїти певні закономірності, розглянути правила , сформувати певну навичку чи вміння [22].

Далі розгортаються навчальні дії, які виступають як елементи діяльності, що дають відповідь на запитання: як, яким чином зробити щось (прочитати, розібрати, виділити, підкреслити, порівняти поняття тощо).

В залежності від різних підстав виділяють наступні види навчальних дій:

– суб'єкта діяльності;

– дії цілепокладання;

– дії програмування;

– дії планування; виконавські дії;

– дії контролю (самоконтролю);

– дії оцінки;

– за предметом навчальної діяльності;

– за домінуванням у включеність до психічних процесів (розумові (логічні); перцептивні; мнемічні; інтелектуальні);

– за ступенем самостійності (репродуктивні та продуктивні).

В процесі навчальної діяльності перед учнем доцільно чітко формулювати навчальне завдання та спеціально відпрацьовувати навчальні дії та операції. Відповідно до теорії розвивального навчання навчальне завдання розв’язується за допомогою наступних навчальних дій (В. В. Давидов):

1) прийняття або самостійна постановка навчальної задачі;

2) зміна умов навчальної задачі з метою виявлення певних спільних взаємозв’язків досліджуваного предмета;

3) моделювання визначених взаємовідносн;

4) конструювання моделі цих взаємозв’язків для вивчення властивостей в "чистому вигляді";

5) побудова системи частинних задач, які розв’язуються загальним методом;

6) контроль за виконанням попередніх дій;

7) оцінка засвоєння загального способу як результату розв'язання навчальної задачі.

Прийняття навчального завдання демонструє ставлення до задачі. У разі прийняття навчального завдання відбувається аналіз тексту, у разі неприйняття місце змістовного аналізу займають спроби та помилки. Серед навчальних дій особливе місце відводиться моделюванню, яке є центральною дією в структурі навчальної діяльності. Саме в процесі побудови моделі, розв'язання задачі на моделі та в ході подальшої перевірки (порівняння результату розв'язання, виконаного на моделі, з текстом) і формуються ті психічні новоутворення, що роблять дитину школярем (теоретичне мислення, довільність і володіння засобами).

В загальному вигляді система навчальних дій включає орієнтовні дії, які надають учням неповну, повну та узагальнену систему вказівок або орієнтирів. Крім того, система навчальних дій містить виконавські дії (з'ясування змісту навчального матеріалу, який подається в усній або письмовій формі; дії відпрацювання навчального матеріалу шляхом заучування та інших вправ; дії самостійної побудови знань). До складу контрольних дій входять:

а) контроль засвоєння, з'ясування;

б) контроль відпрацювання.

При цьому контрольні дії є елементами виконавських дій.

До складу операційно-оцінювального компоненту навчальної діяльності входять контроль (на початку контроль відбувається за допомогою вчителя, а потім переходить у самоконтроль) за правильністю та повнотою виконання операцій, а також оцінка (а потім і самооцінка). Оцінка має на меті усвідомлення того, як виконана навчальна задача, як учень освоїв загальний спосіб дії, розуміння того, що він вже опанував, чого йому ще не вдалося досягти. Показники

сформованості контролю у навчальної діяльності включають наступні вміння:

а) перед початком діяльності потрібно спланувати її та визначити суб'єктивні труднощі;

б) змінювати склад дій відповідно до змінених умов діяльності;

в) усвідомлено чередувати між собою розгорнуті та скорочені форми контролю;

г) переходити від роботи з натуральним об'єктом до роботи з його знаково-символічним зображенням;

д) самостійно складати системи завдань для перевірки.

Найвищим степенем розвитку контрольних дій виступає самоконтроль. При цому виділяють наступні чотири стадії прояву самоконтролю.

1. Відсутність самоконтролю: контроль здійснює вчитель.

2. Повний самоконтроль: учень контролює, наскільки повно і правильно він вміє відтворити матеріал, але при цьому звертає увагу не на всі свої помилки.

3. Вибірковий самоконтроль: учень контролює тільки найголовніше. Зроблені помилки виправляє самостійно.

4. Внутрішній самоконтроль: контроль здійснюється учням на основі певних особистих прикмет. Починаючи робити помилку, він тут же виправляє її.

Характеризує самооцінку усвідомлення наступних її компонент таких, як:

а) розуміння навчальної задачі (усвідомлення того, що таке завдання? що потрібно зробити, щоб вирішити будь-яке завдання? що потрібно зробити, щоб вирішити конкретну задачу?);

б) розуміння мети навчальної діяльності (чому навчився сьогодні? яких цілей домігся на уроці? чому можна було навчитися при розв’язуванні завдання певного типу?);

в) оцінка способів діяльності, специфічних та інваріантних по відношенню до різних навчальних предметів (з'ясування загальних способів дій; вміння учня виділити загальне, інваріантні в різних навчальних предметах, у виконанні різних завдань; усвідомленість конкретних операцій, необхідних для вирішення пізнавальних завдань).

Отже, формування навчальної діяльності має на меті першочергово цілісний розвиток індивідуальних та особистісних властивостей учнів. Таким чином, процес формування навчальної діяльності – це насамперед процес формування суб'єкта навчальної діяльності, процес розвитку особистості як суб'єкта навчальної діяльності. Найважливішим моментом в процесі розгортання навчальної діяльності є вплив одночасно на всі сфери особистості: інтелектуальну, мотиваційну, емоційно-вольову, предметно-практичну тощо, які характеризують цілісність, гармонійність індивідуальності, свободу і різнобічність людини. Саме від розвитку цих сфер залежить його соціальна людини.

Якщо казати про історичний розвиток методики викладання математики, то сам термін «методика» – слово грецького походження («метод» – шлях). Назву «методика математики» запропонував в 1836 році А. Дистервег [11].

Перша згадка про методику математики з’явилася в працях швейцарського педагога Г. Песталоцці (1746-1827). Проте саме науковою дисципліною методика математики стала лише на початку XIX ст. Безпосередньо поняття «методика» пов’язане з кількома значеннями: методика як набір рекомендацій, що корегують процес навчання, і методика як одна із педагогічних дисциплін. В другому значенні мається на увазі, що методика виступає як дисципліна, яка має свою методологію, теоретичний та прикладний аспекти застосування, при цьому об’єктом її виступає навчання одному із навчальних предметів.

Під методикою навчання предмету в контексті професійної підготовки педагогів мають на увазі зміст одного із навчальних курсів [17]. Методика містить специфічні частинні закономірності управління розвитком школярів. Дослідження методики викладання не тільки збагачують науку частинними предметними істинами навчання конкретної дисципліни, але й розширюють арсенал загальної теорії – дидактики. Наукове дослідження в області методики має на меті розв'язання задач, що виникають в процесі навчання будь-якому навчальному предмету.

Методика визначається, з одного боку, як частина дидактики. При цьому кожна окрема методика навчання конкретному навчальному предмету визначається як галузь дидактики. З іншого боку, методика по відношенню до інших методик займає позицію самостійної теоретичної дисципліни. Методика навчання пройшла довгий шлях становлення: від виділення навчання в якості галузі педагогічної діяльності до сучасного теоретичного етапу, на якому вона вже є самостійною теоретичною дисципліною, що входить в комплекс педагогічних наук. Тенденції стосовно виділення методики у спеціальну сферу наукового педагогічного знання і науково-дослідницької діяльності визначаються в тому, що в більшості методичних праць методика визначається саме як наука, а не як сукупність методів навчання певній шкільній дисципліні. В ході наближення до практики дидактичні та методичні елементи поступово структуризуються в межах методичній системі, що уявляє собою нормативне відображення конкретной області педагогічної дійсності. В цій системі розташовані знання різного степеня узагальненості – від загальних принципів виховання та навчання до конкретних прийомів навчання довільного предмета або виховання.

Методична система потім конкретизується в ході цієї діяльності. В рамках навчання проект являє собою програму викладання частинних предметів та ті матеріали, в яких ця програма розкривається:

підручники, збірники задач, книги для читання, наочні посібники, технічні засоби навчання тощо. Вони можуть бути перевірені на практиці під час дослідної роботи. В той же час вони виступають частиною та засобом цієї діяльності, що визначає їх як остаточний результат наукової роботи, з одного боку, та початковий пункт практичної діяльності, з іншого. Слід зазначити, що підручник не лише містить матеріал, але й визначає методику роботи вчителя, являє собою форму конкретизації цілей, яка є наступною після програми. Також слід зауважити, що між визначенням методики як самостійної теоретичної дисципліни та її прикладним характером не існує протиріч.

Будь-яка наука і методика навчання математики, зокрема, розвивається поряд з вже готовою системою теоретичних відомостей, але при цьому існує ряд проблем. Основні проблеми методики навчання математики розгалужуються на безліч більш дрібних проблем. Виникає питання: як розв'язувати ці проблеми? Якими методами можливо це зробити? До цих методів відносяться методи наукового дослідження, а теорію цих методів називають *методологією* [5].

В ході проведення наукових досліджень застосовують й поєднують три методи розв'язання проблеми: емпіричний, теоретичний та експериментальний. *Емпіричний* – це узагальнений метод навчання математики, він передається від старших поколінь вчителів молодшим. *Теоретичний* метод – це теоретичний аналіз та творче узагальнення досвіду та результатів спостережень при використанні методів наукового пізнання, до яких належать аналіз і синтез, індукція і дедукція, закони логіки та діалектики. *Експериментальний* метод являє собою дидактичний експеримент, який проводиться з метою перевірки, а точніше з метою підтвердження певних ідей. Обов'язковою умовою наукового дидактичного експерименту є його широкий масштаб. Послідовний розвиток експерименту повинен залучити ту ідею, яка досліджуться в ході експерименту, до практики масової школи [12].

Методика навчання математики в своїх дослідженнях та висновках спирається на філософію, педагогіку, психологію, математику та узагальнений практичний досвід роботи вчителів математики. Методику навчання математики в наш час розробляють, спираючись на головну мету школи – виховання особистості учня, формування їх як освічених, культурних, моральних та творчо активних людей. Навчання математиці при цьому стає основним засобом формування особистості учня. Математика постає перед учнями у вигляді розгортання системи історичних та практичних проблем, необхідність розв'язання яких є стимулом для поглибленого засвоєння потрібних учню знань і дій. Вчитель в цьому випадку виступає як організатор та керівник навчальною діяльністю учнів [21].

1.4. Вплив формування навчальної діяльності на стан здобувача освіти як суб’єкта діяльності

Основними принципами стратегії та процедури забезпечення якості освіти є наступні положення:

- принцип процесного підходу. Цей принцип розглядає діяльність закладу як сукупність освітніх процесів, при цьому основні мета цих процесів – це реалізація визначених закладом стратегічних цілей. В ході цього управління якістю освітніх послуг реалізується через функції планування, організації, мотивації та контролю;

- принцип цілісності. Цей принцип вимагає поєдання впливів освітньої діяльності та поставленій меті якості освітнього процесу;

- принцип розвитку. Цей принцип обумовлений необхідністю вдосконалення якості освітнього процесу, що пов’язано із змінами внутрішнього та зовнішнього середовища, аналізом даних та інформації про результативність освітньої діяльності;

- принцип партнерства. Цей принцип враховує взаємозалежність та зацікавленість суб'єктів освітнього процесу з урахуванням їх поточних та майбутніх потреб в ході досягненні високої якості освітнього процесу.

- принцип відповідності Державним стандартам загальної середньої освіти;

- принцип відповідальності за забезпечення якості освіти та якості освітньої діяльності;

- принцип системності в управлінні якістю на всіх стадіях освітнього процесу;

- принцип здійснення обґрунтованого контролю якості освіти;

- принцип готовності суб'єктів освітньої діяльності до ефективних змін;

- принцип відкритості інформації та прозорості процедур системи забезпечення якості освітньої діяльності, що повинно відбуватися на всіх етапах забезпечення якості [30].

Стратегія забезпечення якості освіти передбачає здійснення наступних процедур та заходів:

- вдосконалення планування освітньої діяльності;

- підвищення якості знань здобувачів освіти;

- посилення кадрового потенціалу закладу освіти та підвищення кваліфікації педагогічних працівників;

- забезпечення наявності необхідних ресурсів для організації освітнього процесу та підтримки здобувачів освіти;

- розвиток інформаційних систем з метою підвищення ефективності управління освітнім процесом;

- забезпечення публічності інформації про діяльність закладу;

- створення системи запобігання та виявлення академічної недоброчесності в діяльності педагогічних працівників та здобувачів освіти.

Основними напрямками політики, що стосується забезпечення якості освітньої діяльності в закладі освіти, виступають наступні:

- якість освіти;

- рівень професійної компетентності педагогічних працівників, а також забезпечення їх мотивованості стосовно підвищення якості освітньої діяльності;

- якість реалізації освітніх програм, вдосконалення змісту, форм та методів освітньої діяльності та підвищення рівня об'єктивності оцінювання.

Механізм функціонування системи забезпечення якості освіти школи містить послідовну підготовку та практичну реалізацію наступних етапів управління:

- планування (аналіз сучасного стану освітньої діяльності та освітнього процесу; визначення сильних сторін і проблем у розвитку; визначення пріоритетних цілей та розробку планів їх реалізації);

- організацію (переформатування / створення організаційної структури для досягнення поставлених цілей; визначення, розподіл та розмежування повноважень із метою координування та взаємодії у процесі виконання завдань);

- контроль (розробка процедур вимірювання та співставлення отриманих результатів зі стандартами);

- коригування (визначення та реалізація необхідних дій та заходів, націлених на стимулювання процесу досягнення максимальної відповідності стандартам) [16].

Вимоги до освіченості учнів та випускників основної та старшої школи, а також гарантії держави у її досягненні визначає Державний стандарт базової та повної середньої освіти (далі – Державний стандарт). Він охоплює базовий навчальний план, загальну характеристику як інваріантної, так і варіативної складових змісту базової та повної освіти, державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів.

Виконання вимог Державного стандарту є обов'язковим для всіх навчальних закладів, які забезпечують загальну середню освіту. Зміст освітньої галузі узгоджується ті підпорядковується системі відповідних навчальних предметів та курсів, програми яких затверджує міністерство освіти і науки України.

Фундаментом загальноосвітньої підготовки виступає базова загальна середня освіта, яку разом з початковою школою забезпечує основна школа, яка разом із початковою формує в учнів готовність до вибору та реалізації шляхів здобуття освіти. Зміст освіти на цій сходинці є єдиним для всіх учнів. Але разом з тим особистісно-орієнтований підхід відьувається завдяки варіативності методик організації навчання, які обумовлюються пізнавальними здібностями, а також завдяки факультативним або елективним курсам. У старшій школі навчання, як правило, є профільним. В зв'язку з цим диференціюють зміст освіти та вимоги до його засвоєння. При цому розрізняють наступні рівні: рівень стандарту, академічний рівень, профільний рівень та поглиблений рівень. Основною метою освітньої галузі «математика» виступає формування в учнів математичної компетентності на рівні, що є достатнім для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей в процесі навчання, а також забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам'яті, логіки, культури мислення та інтуїції [33].

Завданнями освітньої галузі «математика» є:

- розкрити провідну роль та можливостей математики в процесі пізнання та опису реальних процесів та явищ дійсності, забезпечити усвідомлення математики як універсальної мови природничих наук та органічної складової загальної людської культкри;

- розвинути логічне, критичне та творче мислення учнів, здатність чітко та аргументовано формулювати та висловлювати свої умовиводи;

- забезпечити оволодіння учнями математичною мовою, математичною символікою, математичними формулами та моделями як таких, що дають змогу описувати загальні властивості об’єктів, процесів та явищ;

- формувати здатність логічно обгрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи в ході розв’язування навчальних та практичних задач, використовувати математичні знання та вміння в процесі вивчення інших навчальних предметів;

- розвивати уміння працювати з підручником, опрацьовувати математичні тексти, відшукувати та застосовувати додаткову навчальну літературу, критично оцінювати здобуту інформацію, її джерела, визначати найголовніше, аналізувати, робити висновки, використовувати одержану інформацію в особистому житті;

- формування здатності оцінювати правильність та раціональність знайденого розв'язку математичних задач, обгрунтовувати твердження, розпізнавати нелогічно сформульовані міркування, приймати рішення в умовах неповної, надлишкової, точної або ймовірнісної інформації [9].

В структурі освітньої галузі «математика» можна виділити наступні змістові лінії: числа; вирази; рівняння і нерівності; функції; елементи комбінаторики; початки теорії ймовірностей та елементи статистики; геометричні фігури; геометричні величини.

«Математика» як освітня галузь забезпечує успішне навчання інших дисциплін, в першу чергу природничо-наукового циклу. Це пояснюється поширенням області застосування математики в науках, де вона виступає не лише галуззю знань, а й потужним методом наукового пізнання. Принцип наступності між початковою, основною і старшою школою формується змістом освітньої галузі, при цьому враховують математичну підготовку учнів початкової школи за змістовими лініями освітньої галузі «математика».

1.5. Основні типи орієнтирів поетапного формування розумових дій

Предметом дослідження П. Я. Гальперіна є аналіз предметних та розумових дій, а також операцій, які входять в ці дії. На її думку, "з боку учнів процес навчання являє собою неперервний ланцюг дій: слухати та розуміти ... читати і писати, рахувати, складати та віднімати, здійснювати граматичний, математичний, історичний аналіз тощо. Все це є різними діями: розумовими, перцептивними, мовними, фізичними.

Саме ці дії визначають предмет навчання та значну частину навчальних предметів. При цьому іншу частину навчальних предметів визначають уявлення та поняття, які теж слід зрозуміти, засвоїти, застосувати, тобто теж або отримати за допомогою дій, або включити до різних дій, без чого вони не можуть бути подані. Формування дій і понять, які мають задані властивості, визначає центральну психологічну проблему навчання» [10]. Теорія П. Я. Гальперіна знайшла своє відображення в практиці шкільного навчання, а також в інших формах освіти.

Інтеріоризацією називається процес переходу зовнішньої діяльності всередину називається. Під цим терміном, зазвичай, розуміється перехід, в ході якого процеси, що є зовнішніми за своєю формою, переходять у процеси, які відбуваються в розумовому плані, в плані свідомості. При цому слід зазначити, що в ході цього переходу вони піддаються специфічній трансформації. Вони узагальнюються, вербалізуются, скорочуються і розвиваються у подальшому.

Виходячи з концепції даного підходу були створені умови, що забезпечували формування нових знань та умінь із заданими показниками. При цьому виділяють наступні групи умов:

- формування мотивації дій учня;
- забезпечення правильного виконання нової дії;
- виховання ("відпрацювання") його бажаних властивостей;
- перетворення дії в розумову шляхом її поетапного відпрацювання.

П. Я. Гальперіним конкретизував ці умови в шести етапах формування розумових дій і понять:

1. Етап побудови та підтримки мотиваційної основи дії.
2. Етап створення ООД.
3. Етап формування дії в матеріальну або матеріалізовану форму.
4. Етап формування дії в межах соціалізованої мови.
5. Етап формування дії у "зовнішнью мову про себе".
6. Етап формування дії у внутрішню мову [5].

Перед тим, як набути форму розумової, узагальненої, скороченої та засвоєної, дія проходить через проміжні стани. Основні з них визначають етапи засвоєння дії. Кожен з етапів характеризується певною сукупністю змін основних властивостей (параметрів) дії. Розглянемо більш детально ці етапи.

На *етапі складання схеми* орієнтовної основи дії учні одержують необхідні пояснення стосовно мети дії, її системи орієнтирів. На цьому етапі перед учнями розкривається зміст орієнтовної основи дії. Їм демонструють порядок та зміст виконання усіх трьох видів операцій, які входять в дії, а саме: орієнтовних, виконавчих та контрольних. Але це ще не дія, а лише знайомство з нею та умовами її успішного виконання. Ці умови забезпечують розуміння логіки дії, можливість здійснення її.

Необхідно підкреслити різницю між розумінням того, як робити, та можливістю зробити це. Це пов’язано з тим, що в практиці навчання часто вважають, що розуміння учнем є підставою того, що він навчився, тобто мету досягнуто. Проте в дійсності засвоєння дії відбувається

тільки за умов виконання цієї дії безпосередньо самим учнем, а не за допомогою тільки одного спостереження за діями інших. Саме тому в теорії поетапного формування розумових дій після першого етапу відбуваються наступні чотири, під час яких дія, що засвоюється, виконується самим учнем.

Під час *етапу формування дії в матеріальному* (або матеріалізованому) *вигляді* учні виконують дію у вигляді зовнішньої, матеріальної форми з виконанням усіх операцій, які входять до неї. В такому вигляді відбувається як орієнтовна та виконавча, так і контрольна частини дії. З метою узагальнення дії до навчальної програми включають завдання, які містять усі типові випадки застосування даної дії.

Одночасно з цим на цьому етапі не повинно бути занадто багато однотиповних завдань, так як на цьому етапі не можна ані скорочувати, ані автоматизувати дію. Матеріальна форма дії від самого початку поєднується з мовної. При цьому учні формулюють за допомогою мови усе, що виконують практично.

На етапі *формування дії як зовнішньомовної* усі елементи дії подані у вигладі зовнішньої мови, яка проходить подальше узагальнення. При цьому залишається поки що не автоматизованою та не скороченою.

Етап формування дії у зовнішній промові про себе відрізняється від попередніх тим, що дія виконується безмовно та без прописування, наче промовляння про себе.

На *етапі формування дії у внутрішній мові* дія дуже швидко набуває автоматизму протягом часу, стає недоступною для самоспостереження [14].

РОЗДІЛ 2
РОЛЬ ЗАГАЛЬНИХ РОЗУМОВИХ ДІЙ ТА ПРИЙОМІВ РОЗУМОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ В НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

2.1. Класифікація розумових дій

Найбільш повну характеристика механізму мислення та його складових дій з використанням математичного матеріалу розкрив у своїй роботі С. Л. Рубінштейн [24]. В ній він переконливо показав провідну роль аналізу та синтезу в процесі мислення.

Основна теза діяльнісного підходу в розвитку особистості полягає в тому, що людина виявляє властивості та зв'язки з елементами реального світу тільки в ході різних видів діяльності (предметної, розумової, індивідуальної, колективної тощо).

В навчальній діяльності можна виділити наступні компоненти:

1) мотиви та навчальні задачі;

2) навчальні дії;

3) дії контролю та оцінювання знань школярів.

Слід пам’ятати, що навчальну діяльність не можна звести до жодного з вище зазначених компонентів. Повноцінна навчальна діяльність поєднує, як правило, усі три компоненти. В учнів потрібно виховувати певне ставлення до знань, так звані навчальні мотиви. В результаті цього знання та вміння набувають для них особливого сенсу, стають для них внутрішнім надбанням. Учні добре усвідомлюють тільки те, що виступає як прямий предмет та як мета їх діяльності. З одного боку свідомість учіння передбачає виконання відповідних дій з навчальним матеріалом, а не просто спостереження та прослуховування його. З іншого боку свідомість учня передбачає перетворення матеріалу, що засвоюється, на пряму мету цих дій, а саме на розв'язування навчальних задач. Знання та вміння можна засвоїти свідомо лише тоді,

коли учень в процесі виконання здобуває інформацію про суттєві властивості реального світу, зокрема, про кількісні та просторові форми його.

У випадку активного формування навчальної діяльності відбуваються суттєві зміни в особистості учня, в його свідомості, інтелектуальному та моральному розвитку. Все це сприяє становленню учня як суб'єкта діяльності, становлення як індивідуальності. Інтелектуальний розвиток відбувається в ході засвоєння учнями знань та способів діяльності, орієнтирів діяльності.

Відповідно до теорії поетапного формування розумових дій виділяють три основні типи орієнтування в завданні.

Перший тип основи: учням надається зразок дії та оголошується її результат, проте без вказівок, як саме виконувати цю дію. У випадку, коли вчитель працює за цим типом орієнтовної основи дії, він програмує багато помилок учнів в тих діях, які вони виконують. Тому йому доводиться більше займатися доучуванням, аніж правильним навчанням.

Другий тип основи: учню надаються усі вказівки, як правильно виконувати дії або завдання, тобто надається готовий алгоритм дій. Якщо дотримуватися вказівок алгоритму навчання, то дія буде відбуватися без великої кількості помилок і швидше, ніж у разі першого типу орієнтування.

Третій тип основи: передбачає навчання аналізу ситуації, а не тільки способу дій у конкретній ситуації. Вчитель спеціально організовує з учнями поглиблений аналіз розв'язання задачі. При цьому вони самостійно складають узагальнену схему або алгоритм розв'язання. Вчитель обирає типову опорну задачу (або дві задачі з того чи іншого класу задач) і залучає учнів до розв'язування конкретної задачі. На завершення цього відбувається аналіз процесу розв'язування,

розрізняється суттєве та несуттєве в розв'язанні, в умові задачі, визначається алгоритм або правило-орієнтир.

Це надає можливості учням усвідомити особливості класу задач і принцип варіації несуттєвого. Останнє дає можливість перенести спосіб розв'язування до нових умов.

Наведемо приклад.

В 7 класі можна ознайомити учнів з *методом від супротивного*. Це можна здійснити під час доведення теорем та розв'язування задач на доведення на прикладі розв'язування однієї-двох задач (або доведенні теореми). Під керівництвом вчителя учні колективно визначають суттєві спільні етапи доведення. При цьому формулюється правило-орієнтир методу. В результаті можна визначити це правило наступним чином: щоб довести твердження методом від супротивного, необхідно:

1) припустити супротивне тому твердженню, яке слід довести;

2) використовуючи сформульоване припущенням, відомі аксіоми і доведені раніше твердження, за допомогою міркувань дійти до висновку, що суперечить або умові потрібного твердження або відомим аксіомам;

3) зробити висновок, що припущення – неправильне, а вірним твердженням є те, яке слід довести.

Завдяки цьому надається орієнтир подальшої можливості використання методу: неможливість будь-чого, единість в математиці завжди доводиться методом від супротивного. Також за допомогою цього методу доводять і обернені твердження.

Згідно з основними напрямками діяльнісного підходу етапи засвоєння знань розглядаються разом з етапами засвоєння діяльності. Знання з самого початку включають до структури дій. В цьому випадку визначається їх відповідністю діяльності, яка застосовується для їх засвоєння.

Н.Ф. Тализіна вважає, що знання ніколи не можна подати у готовому вигляді, вони завжди засвоюються через завдяки включенню їх до тієї чи іншої діяльності [26].

Розумові дії класифікуються за різними основами.

За ступенем використання в різних галузях діяльності можна виділити загальні дії, які використовуються в усіх галузях знань (наприклад, аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення тощо), та специфічні дії, які характерні для тієї чи іншої галузі знань. Наприклад, дія підведення підпоняття та обернена дія – виведення наслідків (наприклад, з означення поняття «рівнобедрений трикутник» випливають його властивості).

Ретельний аналіз різних видів навчальної діяльності є одним зі шляхів підвищення ефективності навчання та розвитку учнів. Він має на меті виділити розумові та практичні дії, які входять до його складу. Особливістю пізнавальної діяльності невстигаючих з математики учнів, як свідчить практика, є несформованість загальних та специфічних розумових дій та прийомів розумової діяльності. Саме вони становлять механізм мислення. А цим механізмом учні повинні оволодівати саме в ході навчальної діяльності.

Діяльнісний підхід в організації навчання математики вимагає, крім того, щоб учень під час вивчення навчального матеріалу здійснював повний цикл пізнавальних дій. Це означає, що він повинен сприйняти навчальний матеріал, усвідомити його, запам'ятати, потренуватися в застосуванні знань на практиці. У зв’язку з цим учень повинен здійснити наступну діяльність – повторення, поглиблення та міцніше засвоєння цього матеріалу. При розробці методики навчення кожної теми програми слід передбачити найбільш сприятливі умови для організації пізнавальних дій, які в сукупності повинні забезпечити оволодіння учнями навчальним матеріалом [21].

2.2. Аналіз та синтез

Аналіз (від грец. розклад, розчленування) та *синтез* (від грец. з'єднання, складання) – це дві взаємообернені дії, які є складовими процесу мислення. Крім того, ці термінами визначають реальний поділ або поєднання матеріальних об'єктів, подій, явищ, хімічних сполук з метою детального дослідження.

Аналіз у методиці навчання математики застосовують в процесі розв'язування задач та доведення теорем. Але це відбувається за умов, коли у формулюванні задачі або теореми відокремлюють умови та вимоги, виділяють величини, фігури, про які йдеться в задачі або теоремі, формулюють етапи розв'язування задачі тощо. Крім цього, також вживають наступні терміни:

– «аналіз уроку» (при розгляді його складових частини з метою з'ясування, чи досягнуто поставлені цілі);

– «аналіз контрольної роботи» (коли постає завдання визначити типові помилки, яких припустилися учні, та здійснити корекцію знань та умінь).

Аналіз та синтез нерозривно пов'язані в реальній розумовій діяльності. Найбільш точно це має прояв в процесі розв'язування задач та доведення теорем. У зв'язку з цим С.Л. Рубінштейн виокремлює важливу форму аналізу – аналіз, що здійснюється через синтез. Він називає його «основним нервом будь-якої розумової діяльності» [27]. Основна ідея його полягає в тому, що об'єкт в ході мислення залучається до нових зв’язків та в результаті цього виступає щоразу в новій якості. З об'єкту ніби виокремлюється щоразу новий зміст, він ніби повертається кожного разу іншою стороною.

Наведемо приклади розв'язування задач, що демонструють прийом аналізу через синтез.

Задача 2.1. У $\triangle ABC$ бісектриси кутів A і C перетинаються в точці O, через яку проведено пряму DE, паралельну AC. Довести, що довжина відрізка DE дорівнює сумі довжин відрізків бічних сторін, що прилягають до основи AC (рис. 2.1).

Розв'язання. Оскільки $DE = DO + OE$, то для розв'язання задачі досить довести, що $DO = DA$ і $EO = EC$. Виокремимо на рисунку відрізок AO і проаналізуємо його з погляду різних понять. Справді:

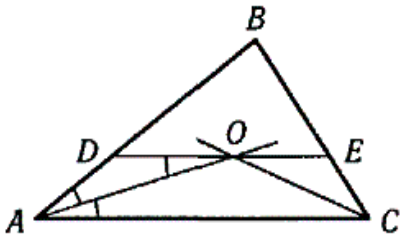


Рис. 2.1

1) AO – відрізок бісектриси кута A (за умовою), тому $\angle DAO = \angle OAC$;

2) AO – відрізок січної між паралельними прямими DE і AC, тому $\angle OAC = \angle DOA$; Тоді $\angle DAO = \angle DOA$;

3) AO – основа $\triangle AOD$, при якій рівні кути трикутника. Отже, $\triangle AOD$ – рівнобедрений, тому $DA = DO$. Аналогічно можна довести, що $EO = EC$.

У процесі розв'язування відрізок AO виокремили (аналіз), зіставили з іншими елементами рисунка (синтез) і включили у нові зв'язки, що й дало можливість розв'язати задачу.

Приклад 2.1. Розв'язати рівняння $3^x = \frac{1}{81}$.

Щоб розв'язати це найпростіше показникове рівняння, учні мають відокремити (аналіз) праву частину і переосмислити звичайний дріб $\frac{1}{81}$ як степінь числа 3. Записавши рівняння у вигляді $3^x = 3^{-4}$, зіставити (синтез) ліву і праву частини і прирівняти показники. Отже, $x = -4$.

Приклад 2.2. Розв'язати рівняння $2^x = 3^{\frac{x}{2}} + 1$.

Поділивши обидві частини рівняння на вираз $2^x \neq 0$, учні дістають рівняння $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^x = 1$. Виокремивши (аналіз) дроби $\frac{\sqrt{3}}{2}$ і $\frac{1}{2}$, потрібно переосмислити їх як значення тригонометричних функцій $\cos\frac{\pi}{6}$ і $\sin\frac{\pi}{6}$. Дістанемо рівняння $\left(\cos\frac{\pi}{6}\right)^x + \left(\sin\frac{\pi}{6}\right)^x = 1$.

Порівнюючи (синтез) рівняння з відомою тригонометричною тотожністю, учні приходять до висновку, що в заданому рівнянні x - 2.

Як прийом розумової діяльності аналіз через синтез інколи називають «прийомом переосмислення елементів задачі». Цьому прийому корисно цілеспрямовано навчати учнів [16].

Традиційно в методиці навчання математики аналізом та синтезом називають також два протилежні міркування, які стосуються розвитку думки. Цими міркуваннями користуються в ході розв'язування задач та доведення теорем. Аналіз – це міркування, яке проводиться від того, що потрібно знайти або довести, до того, що дано або встановлено раніше. Синтез – міркування в оберненому напрямку [17].

2.3. Порівняння

Розумова дія, яка спрямована на відокремлення спільного і відмінного в предметах і явищах, називається *порівнянням*. Починається порівняння із співставлення предметів або явищ (з синтезу), а далі відбувається аналіз об'єктів, які порівнюються, виявлення в них однакового та відмінного. Завдяки аналізу істотне спільне об'єднує, тобто синтезує об'єкти. Завдяки цьому здійснюється узагальнення. Порівняння є обов'язковою умовою абстрагування та узагальнення. Ще К.Д. Ушинський вважав, що порівняння є основою будь-якого розуміння та мислення, основна умова продуктивності мислення, а тому і довільної аналітико-синтетичної діяльності.

При цьому розрізняють дві форми порівняння – співставлення та протиставлення.

Співставлення – це така розумова дія, яка спрямована на відокремлення істотних ознак, які є спільними для деяких об'єктів.

Протиставлення спрямоване на виявлення відмінного, неістотного, чим можна знехтувати.

Порівняння застосовують лише до певної сукупності однорідних об'єктів, які утворюють певний клас. Наприклад, при введенні поняття

«паралельні прямі» в планіметрії розглядають усі можливі випадки розташування двох прямих на площині (рис. 2.2).

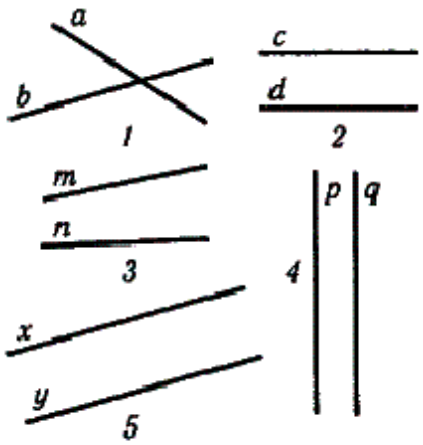


Рис. 2.2

При цьому при порівнянні різних пар прямих учні визначають, що пари 1 і 3 мають суттєву спільну ознаку – вони перетинаються. Для пар 2, 4, 5 суттєвою спільною ознакою є те, що вони не перетинаються, а несуттєвою – відстань між прямими, їх розташування на площині (горизонтальні, розташовані вертикально, під певним кутом) [7].

2.4. Абстрагування

Абстрагування – це така розумова дія, основна мета якої полягає у виявленні в предметах та явищах суттєвого та відокремленні несуттєвого в них. Як правило, результатом абстрагування є абстракції – образи, які створені людським розумом [23].

Цей термін «абстракція» використовують, крім того, для позначення методу наукового дослідження в ході вивчення певних об'єктів, явищ, процесів, без врахування їх несуттєвих ознак. Це дає змогу спростити картину явища та розглядати це явище ніби в «чистому вигляді». Так, точка, пряма, площина як геометричні фігури є результатом абстрагування від ознак реальних об'єктів, з яких вони

походять: товщини (прямої, площини), розмірів (точки). Разом з тим властивості прямих та точок використовують для розв'язання практичних задач з реальними об'єктами.

Рух думки в глибину предмета, виділення його суттєвих моментів є абстрагуванням. Наприклад, щоб певна властивість об'єкта розглядалася як хімічне, потрібна абстракція. Дійсно, до хімічних властивостей речовини не належать зміни його форми. Саме тому хімік досліджує мідь, відволікаючись при цьому від конкретних форм її існування. Як результат процесу абстрагування виступають різні поняття про предмети ("рослина", "тварина", "людина" тощо), думки про окремі властивості предметів та відносини між ними, які розглядаються як особливі "абстрактні предмети" ("білизна", "обсяг", "довжина", "теплоємність" і т.п.). Завдяки застосуванню огрубіння та ігнорування деяких сторін реальності, які припускають складні шляхи, враження про речі перетворюються в абстрактні уявлення та поняття. Це визначає однобічність абстракцій. Проте в живій тканині логічного мислення вони дозволяють відтворити значне більш глибоку і точну картину світу, ніж це можна зробити за допомогою цілісних сприймань [21].

Специфічним видом абстрагування виступає ідеалізація. *Ідеалізація* – це уявлення про абстрактні об'єкти в результаті відволікання від принципової неможливості здійснити їх на практиці. Абстрактні об'єкти є нездійсненними в дійсності та не існують, але для них існують прообрази в реальному світі.

Ідеалізація – це процес утворення понять, при якому стосовно реальних прототипів можна говорити лише з певною мірою наближення. Результатом ідеалізації є наступні поняття: "точка" (об'єкт, який не має ані довжини, ані висоти, ані ширини); "пряма лінія", "коло", "точковий електричний заряд", "абсолютно чорне тіло" тощо. Залучення до процесу дослідження ідеалізованих об'єктів надає можливості будувати

абстрактні схеми реальних процесів, які необхідні для більш глибокого проникнення до закономірностей їх перебігу.

Процесом уявного переходу від одиничного до загального, від менш загального до більш загального є узагальнення, яке виступає завданням всякого пізнання. Під час узагальнення здійснюється перехід від одиничних понять до загальних, від менш загальних понять до більш загальних, від одиничних суджень до загальних, від суджень меншого степеня загальності до суджень більшого степеня загальності, від менш загальної теорії до більш загальної теорії, по відношенню до якої менш загальна теорія є її окремим випадком. Ми б не мали можливості впоратися з великою кількістю вражень, які надходять до нас щогодини, щохвилини, щосекунди, якби б не мали можливості узагальнювали їх та фіксувати засобами мови.

Наукове узагальнення – це не просто виділення і синтезування подібних ознак. Наукове узагальненя – це проникнення в сутність речей: відшукання спільного в різноманітному, спільного в одиничному, закономірного у випадковому [4]. В якості прикладів узагальнення можна навести наступні: уявний перехід від поняття «трикутник» до поняття «многокутник», від поняття «механічна форма руху матерії» до поняття «форма руху матерії», від поняття «ялинка» до поняття «хвойна рослина» тощо. Цей уявний перехід від більш загального до менш загального є процесом обмеження.

Здібність людини до абстракції та узагальнення виникла та розвинулася на базі суспільної практики та взаємного спілкування людей. Ця здібність має велике значення в пізнавальної діяльності, в загальному прогресі матеріальної культури людства [17].

2.5. Узагальнення

Терміном «узагальнення» позначають процес виявлення загального в конкретних предметах та явищах. Неправомірність такого розуміння узагальнення показав в своїх працях С.Л. Рубінштейн. На його погляд, узагальнення як практично значиме та науково виправдане являє собою відокремлення довільних спільних властивостей, в яких предмети або явища подібні. При цьому це відбувається незалежно від того, що це за властивості; наукове узагальнення об'єднує властивості, істотні для них, а не взагалі властивості, які є спільними або подібними для певних явищ.

Істотні властивості – це такі спільні властивості, які не можна відокремити від певного класу предметів. Ці властивості однозначно відрізняють довільний предмет певного класу від предметів інших класів. В логіці істотними вважаються такі незалежні ознаки об'єкта, кожна з яких є необхідною, а всі в ускупності – достатніми для того, щоб він належав до певного поняття. Наприклад, розглядаючи поняття «зовнішній кут трикутника», учні мають знайти в запропонованому наочному матеріалі (рисунках) істотну ознаку, яка є спільною для всіх зовнішніх кутів трикутників. До цієї ознаки відноситься ознака бути суміжним внутрішньому куту. При цьому до неістотних ознак відносяться ті, якими відрізняються зовнішні кути трикутника (величина кута, розміщення трикутника і відповідного зовнішнього кута на площині).

Під час вивчення математики узагальнення використовують в різних видах навчально-пізнавальної діяльності: під час формулювання понять, в ході доведення теорем, при розв’язуванні задачі. Тому одне найважливіших завдань – це навчити прийомам правильного узагальнення. Необхідною умовою формування правильних узагальнень є варіювання неістотних ознак понять, властивостей, фактів за умов сталості істотних ознак.

На практиці в процесі навчання математики застосовують, зазвичай, два прийоми узагальнення.

В ході першого прийому учні співставляють задані об'єкти (наприклад, фігури в геометрії, вирази, формули, рівняння в алгебрі), відокремлюють та формулюють їх істотні спільні властивості. При цьому осторонь залишаються неістотні властивості (абстрагуючись від істотних), об'єкти об’єднують за цими властивостями (узагальнюють). При цьому учням невідомі спільні суттєві властивості, вони визначають їх самостійно.

Другий прийом – учні знають, які суттєві загальні властивості потрібно виявити, тому із даних об'єктів вони відокремлюють саме ті, що відповідають змісту поняття, яке формулюється, в процесі співставлення, відокремлення в кожному об'єкті цих властивостей. В ході цього прийому об'єкти об’єднують за суттєвими загальними властивостями.

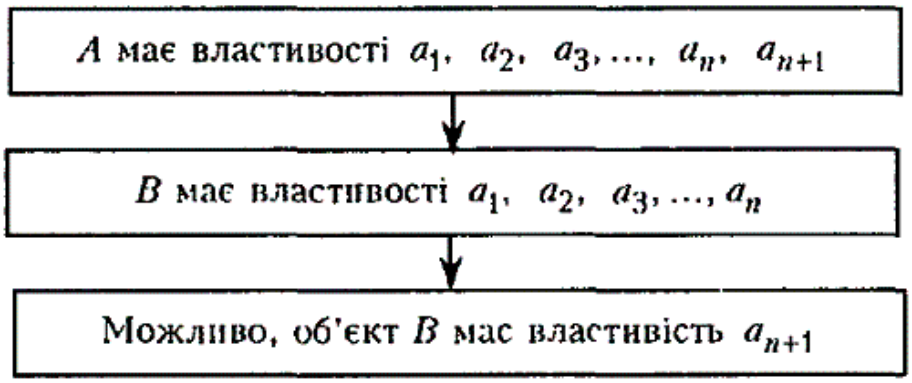
Узагальнення в процесі доведення теорем полягає в тому, що доведена теорема, наприклад, теорема про властивість даного рівнобедреного трикутника, поширюється на усі рівнобедрені трикутники. У випадку, коли учень не може довести теорему, при зміні розташування трикутника на площині та при зміні букв для позначення, виявляється, що узагальнення не відбулося та доведення було сприйнято формально.

Узагальнення теорем відбувається і за змістом. Наприклад, теорема косинусів є узагальненням теореми Піфагора. Крім того, узагальнення можливе і у випадку задач. Приклади узагальнення задач наведено в посібнику [3].

2.6. Аналогія у навчанні математики

Аналогія (від грец. відповідність, подібність) – це прийом розумової діяльності, основна мета якого – це отримання нових знань про властивості, ознаки, відношення предметів та явищ, які вивчаються, на підставі знань про їх частинну подібність.

Міркування за аналогією у найпростіших випадках можна відобразити наступною схемою:



Останнім часом філософи вважають аналогію категорією психології, а не лише категорією логіки. Стосовно твердження, що проблема аналогії належить більше до психології, ніж до логіки, А.І. Уйомов вважає, що аналогія є одним із різновидів асоціацій за подібністю, в ході якої одна думка спричиняє іншу [14].

Незалежно від остаточного результату, в одних випадках асоціація допомагає досягненню істини, а в інших – заважає. Аналогії має досить велику переконливість. Це пов’язано з тим, що асоціація, яка спричинила ту чи іншу думку в однієї людини, може обумовити виникнення її і в інших. Проте не слід проводити аналогію з цією переконливістю та з обґрунтованістю. Саме такою є психологічна концепція аналогії [28].

Висновки за аналогією мають гіпотетичний характер, тобто вони можуть виявитись або правильними, або хибними. Вони вимагають спеціального обґрунтування правильності або хибності шляхом дедуктивних міркувань (доведень).

Широко використовують у математиці та інших науках аналогію як логічний метод наукового пізнання. Не менш важлива роль аналогій у навчанні математики в школі в процесі формування понять, навчання доведенню тверджень та розв'язування різних задач.

Застосування аналогій в ході формування понять сприяє активізації розумової діяльності учнів, оскільки вони можуть припустити збіг ознак цих понять, якщо зрозуміють, що нове поняття аналогічне відомому раніше.

Порівняння аналогічних понять дає можливість встановити схожі властивості та виявити властивості, які не співпадають (наприклад, для понять «числова рівність» та «числова нерівність»). Це сприяє міцному запам'ятовуванню властивостей нових понять, запобіганню помилок. Використання аналогій під час формування основних понять курсу стереометрії має великі можливості. Якщо вчитель вдало спрямовує мислення учнів, то вони можуть самостійно визначити пари аналогічних понять: коло та сфера, круг та куля, кут та двогранний кут, паралельні прямі та паралельні площини, трикутник та тетраедр, паралелограм та паралелепіпед тощо.

При порівнянні аналогічних понять висновки зручно подавати у вигляді таблиці. Наприклад, при вивченні паралелепіпеду можна запропонувати учням скласти таблицю порівняння його властивостей з властивостями прямокутника та паралелограма (табл. 2.1).

Таблиця 2.1. Порівняльна таблиця властивостей прямокутника і паралелепіпеда

Прямокутник	Паралелепіпед
Квадрат діагоналі прямокутника дорівнює сумі квадратів двох його вимірів	Квадрат діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює сумі квадратів трьох його вимірів
Діагоналі прямокутника рівні	Діагоналі прямокутного паралелепіпеда рівні
Протилежні сторони паралелограма – рівні відрізки	Протилежні грані паралелепіпеда – рівні паралелограми
Діагоналі паралелограма в точці перетину діляться навпіл	Діагоналі паралелепіпеда в точці перетину діляться навпіл
Протилежні кути паралелограма рівні	Протилежні двогранні кути паралелепіпеда рівні. Протилежні тригранні кути паралелепіпеда нерівні

В ході вивченні лінійних рівнянь і нерівностей з однією змінною таблиця порівняння відповідного навчального матеріалу дає можливість краще усвідомити та запам'ятати спільне та різне в означеннях, спосіб розв'язування та множині розв'язків (табл. 2.2)

Таблиця 2.2. Порівняльна таблиця властивостей лінійних рівнянь і лінійних нерівностей з однією змінною

Лінійне рівняння	Лінійна нерівність з однією змінною
Рівняння вигляду $ax+b=0$, де a і b – деякі числа, x – невідома, називається лінійним	Нерівність вигляду $ax+b>0$ або $ax+b<0$, де a і b – числа, x – змінна, називається лінійною
Якщо $a\neq 0$, то рівняння $ax+b=0$ має єдиний корінь $x=-\frac{b}{a}$	Якщо $a\neq 0$, то множиною розв'язків лінійної нерівності $ax+b<0$ є множина чисел $\left(-\infty;-\frac{b}{a}\right)$ або $\left(-\frac{b}{a};+\infty\right)$
Якщо $a=0$ і $b=0$, то множиною коренів такого рівняння є множина всіх чисел	Якщо $a=0$, то множиною розв'язків такої нерівності є множина всіх чисел (при $b>0$) або порожня множина (при $b<0$)
Якщо $a=0$ і $b\neq 0$, то рівняння не має коренів, тобто множина коренів – порожня множина	Якщо $a\neq 0$, то множиною розв'язків лінійної нерівності $ax+b>0$ є множини чисел $\left(-\infty;-\frac{b}{a}\right)$ або $\left(-\frac{b}{a};+\infty\right)$
	Якщо $a=0$ і $b\leq 0$, то множиною розв'язків цієї нерівності є порожня множина, при $a=0$ і $b>0$ – множина всіх чисел

2.7. Використання індукції та дедукції у навчанні математики

Індукцією називають форму мислення, за допомогою якої на підставі знання про окреме робимо висновок про загальне (від лат. inductio - наведення)[17].

Основи дедуктивної логіки були закладені ще в працях давньогрецьких філософів і математиків (Піфагора, Платона, Аристотеля та Евкліда). Вважається, що Піфагор був засновником методу міркування в стилі доведення твердження. В роботах Парменіда, Платона і Аристотеля розглядаються уявлення про основні закони правильного мислення. Давньогрецький філософ Парменід вперше висловив думку, що в основі справді наукового мислення лежить незмінний початок ("єдине"), що продовжує зберігатися незмінним, як би не змінювалася точка зору мислителя [24]. Платон порівнює єдине зі світлом думки, який продовжує перебувати незмінним, поки є сама думка.

Більш сувору і конкретну форму ця ідея одержує у формулюванні основних законів логіки в Аристотеля. Він вважається засновником логіки як дедуктивної науки. Він вперше систематизував основні прийоми правильного мислення, підсумувавши одержані на той час досягнення давньогрецьких математиків. В роботах Евкліда застосування цих прийомів та законів до математичних наук досягає найвищого рівня. Евклід стає ідеалом дедуктивного мислення на століття і тисячоліття в європейській культурі. Пізніше формулювання дедуктивної логіки все більш вигострюються, деталізуються у стоїків, в середньовічної схоластики. Але цей час практично не додає нічого принципово нового до ситуації з Аристотелем і Евклідом в системі дедуктивного методу [2]. Тільки з виникненням нової науки в 16-17 століттях знову починається переосмислення і розвиток античної спадщини. Французький філософ і математик Рене Декарт висуває поняття змінної, формулює ідею і правила дедуктивного методу як загального методу розв'язання рівнянь – суджень, що містять змінні.

Декарт підкреслює значення очевидності (L-статусу) посилань і правил виводу в дедуктивних умовиводах. Німецький філософ Готфрід Лейбніц висуває ідею універсального дедуктивного методу, на основі якого мислителі були б в змозі припинити безплідні суперечки і перейти до суворого обчисленню істинності чи хибності висунутих ними положень. У роботах німецького філософа Іммануїла Канта проголошується задум побудови деякої "трансцендентальної дедукції", здатної виходити за межі законів формальної логіки [7]. Нарешті, наприкінці 19 століття в роботах англійського вченого Джорджа Буля суворо формулюється ідея логічної змінної і логічних рівнянь, поступово оформляється нова структура, складова алгебру думки і отримала назву "булевої алгебри" на ім'я свого першовідкривача.

У 20-му столітті дедуктивна логіка стає розділом математики та одержує назву "математичної логіки". Основні ідеї та методи дедуктивного підходу набувають суворої форми завдяки засобами мови математики. Від цього часу розпочинає стрімко розвиватися математична логіка як новий напрямок математичного знання, що отримав назву "метаматика". Такий бурхливий та успішний розвиток дедуктивної логіки сприяв формулюванню поняття формальної дедуктивної (аксіоматичної) системи, структури якої ми коротко розглянемо нижче.

Дедуктивна система – це область мислення і мови, яка значно оброблена засобами дедуктивної логіки, набуваючи у зв'язку з цим певного завершеного та організованого виду.

Початком дедукції є аксіоми, постулати або просто гіпотези, які мають характер загальних тверджень ("загальне"), а результатом – наслідки з посилань, теореми ("частинне"). Якщо посилання дедукції істинні, то правдиві і її наслідки. Дедукція є основним засобом доведення, який протилежний індукції [12].

Дедукцією (від лат. deductio – виводжу) називають форму мислення, за допомогою якої від відомого загального твердження переходять до менш загальних або частинних.

У шкільному курсі математики розрізняють три види індукції (індуктивних умовиводів).

Неповна індукція – це спосіб міркування від частинного до загального, тобто умовивід, який базується на вивченні властивостей окремих об'єктів певної сукупності та поширюється на всі її об'єкти.

Наприклад, побудувавши за точками графіки кількох лінійних функцій $y = kx + b$, учні переконуються, що їх графіком є пряма лінія. Тому вони за індукцією роблять висновок, що графіком будь-якої лінійної функції є пряма лінія. Цей умовивід правильний, хоча і має характер гіпотези.

Наведемо ще один приклад. Обчисливши значення виразу $991n + 1$ для $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...$, отримаємо числа, які не є квадратом натурального числа. Логічно зробити припущення, що для всіх натуральних n числа вигляду $991n + 1$ не є квадратами натуральних чисел. Проте цей умовивід хибний, оскільки за допомогою комп'ютерного дослідження було знайдене число $n = 12055735790331359447442538767$, за якого значення виразу $991n + 1$ є квадратом числа 379 516 400 906 811 930 638 014 896 080 [11].

Таким чином, умовиводи, одержані за допомогою методу неповної індукції, тільки правдоподібні, вони вимагають доведення.

Повна індукція – це вид умовиводу, правильність якого перевіряють, розглядаючи усі частинні випадки (об'єкти, фігури, числа), які визначають скінченну множину. Наприклад, при доведенні теореми про вимірювання вписаного в коло кута, розглядають усі три окремі випадки (центр кола належить одній із сторін кута, лежить між сторонами, міститься поза кутом). Доведення властивостей показникової функції передбачає розгляд усіх можливих випадків належності

показника до різних множин чисел (натуральний показник, цілий, дробовий та ірраціональний).

Твердження, які базуються на застосуванні методу повної індукції, завжди правильні, тобто повна індукція є методом доведення.

Математична індукція – це один із найважливіших методів доведення математичних тверджень. Він охоплюють нескінченну кількість випадків (залежать від натурального n) та ґрунтується на принципі (аксіомі) індукції.

Метод наукового дослідження, під час якого за допомогою дедукції висувають гіпотези про причини досліджуваних явищ та виводять з цих гіпотез, називають *гіпотетично-дедуктивним методом*. Якщо отримують наслідки, які відповідають усім фактам, що задані у гіпотезі, то ця гіпотеза вважається достовірним знанням. Гіпотетично-дедуктивний метод – це важлива складова методології науки. Метод добре працює разом з іншими методами. Проте дослідники застерігають від його абсолютизації. Цей метод відноситься до групи особливих методів, які можуть бути застосовані для побудови нових теорій, а не лише для одержання нового знання [15].

Гіпотетично-дедуктивний метод – це різновид аксіоматичного методу. При цьому методі в ролі аксіом виступають фундаментальні закони природи (як принципи), або природничо-наукові гіпотези. Але гіпотези з арсеналу природознавства, на відміну від аксіом математики і логіки, мають потребу в емпіричному підтвердженні.

На думку деяких істориків науки, гіпотетично-дедуктивний метод застосовував ще Г.Галілей при дослідженні вільного падіння тіла та при формулюванні відповідного закону.

Головні риси гіпотетично-дедуктивного методу:

1. Для пояснення явища висувається певне твердження А. Як правило, воно являє собою узагальнення емпіричних даних, тобто дані

виводяться з А, але А з них не виводиться – можуть бути інші узагальнення.

2. З А виводяться наслідки. Якщо безпосередньо перевіряємо А, то гіпотетико-дедуктивний метод не використовується. Чим більше наслідків отримаємо з А, тим біль розвинута гіпотеза.

3. Нехай Е – наслідок з А, та експеримент показав, що Е – хибний. Тоді А може вважатися хибним на підставі правила модус толленс [16]. На цьому заснована процедура фальсифікації. Як правило, в науці хибний наслідок не веде до відмовлення від гіпотези, він сприяє її удосконалюванню. До того ж наслідок часто виводиться з багатьох взаємозалежних гіпотез та встановити хибність однієї з них складніше.

Суть даного методу полягає у висуванні гіпотез про причини досліджуваних явищ, при цьому виведення з цих гіпотез висновків відувається шляхом дедукції. Якщо отримані результати відповідають усім фактам, заданим в гіпотезі, то ця гіпотеза визнається достовірним знанням.

Гіпотетично-дедуктивний метод дає змогу перевірити будь-яку наукову гіпотезу в складі гіпотетично-дедуктивної теорії. Для кращого розуміння суті гіпотетично-дедуктивного методу розглянемо його структуру.

Першим етапом методу є знайомство з емпіричним матеріалом, який слід пояснити за допомогою законів та теорій, діючих у науці. Якщо таких законів і теорій немає, вчений переходить до наступного етапу: висуває різні пояснювальні припущення про причини та закономірності досліджуваних явищ.

На третьому етапі відбувається визначення степеня строгості припущення та відбір із множини припущень найбільш імовірного. При цьому гіпотеза перевіряється насамперед на логічну несуперечливість, особливо це стосується випадку, коли вона має складну структуру та розгортається в систему припущень, перевіряється на сумісність з

фундаментальними інтерпретаторськими принципами даної науки [13]. Проте в розвитку науки бувають так звані революційні періоди в розвитку науки, коли відбувається докорінний злам фундаментальних понять та принципів. У таких випадках учений має узгоджувати припущення з іншими фундаментальними принципами науки, коли він заперечує один або кілька принципів. Це і є умовою серйозності та вагомості висунутої гіпотези.

На четвертому етапі відбувається розгортання припущення, яке висувається, та дедуктивне виведення з нього положень, що вимагають емпіричної перевірки.

На п'ятому етапі відбувається експериментальна перевірка наслідків, виведених із гіпотези. Гіпотеза одержує при цьому емпіричне підтвердження або заперечується в ході експериментальної перевірки. Проте емпіричне підтвердження результатів гіпотези ще не гарантує її істинності, а заперечення одного з них ще не свідчить про хибність її в цілому. Знайомство із загальною структурою гіпотетично-дедуктивного методу дає змогу визначити його як складний комплексний метод пізнання, що містить у собі всю багатоманітність методів та форм наукового пізнання і спрямований на відкриття та формулювання законів, принципів, теорій. Використання гіпотетично-дедуктивного методу в суспільних науках, які переважно належать до описових, на відміну від природничих наук, пов'язане з певними труднощами, оскільки в них не відокремлені найважливіші узагальнення і факти з багатьох інших, другорядних, а основні гіпотези не відділені від похідних гіпотез; не виявлені логічні відношення між окремими групами гіпотез [8].

Важливим евристичним засобом для відкриття закономірностей можна вважати різновид гіпотетично-дедуктивного методу – математичну гіпотезу. Зазвичай, гіпотезами виступають певні рівняння, які являють собою модифікації співвідношень, раніше відомих та

перевірених. Змінюючи ці співвідношення, складають нове рівняння, що виражає гіпотезу, яка стосується ще не досліджених явищ. Найскладнішим завданням в процесі наукового дослідження виступає відкриття й формулювання принципів та гіпотез, які є основою для всіх подальших висновків.

Гіпотетично-дедуктивний метод відіграє в цьому процесі допоміжну роль. Це пов’язане з тим, що з його допомогою не висуваються нові гіпотези, а тільки перевіряються наслідки, які з них випливають. Орієнтуючись на ці наслідки, можна контролювати процес. В історії методології науки ідея гіпотетично-дедуктивного методу виникає як антитеза, з одного боку, дедуктивно-раціоналістичної концепції науки, а з іншого боку, емпірико-індуктивістського уявлення про формування наукового знання. У цьому протиставленні раціоналістському апріоризму і емпіристського індуктивізму формулювання ідеї гіпотетично-дедуктивного методу у вигляді концепції т.зв. зворотної дедукції зустрічається вже у англійського філософа і історика науки У.Уевелла в середині 19 ст. [23]

Гіпотетично-дедуктивний метод підкреслює відкритий характер теоретичного знання по відношенню до досвіду, необхідність емпіричного обгрунтування і перевірки як обов'язкової умови плідного функціонування і розвитку науки. Разом з тим гіпотетично-дедуктивний метод охоплює суттєві риси реальної практики наукового дослідження, що припускає висування теоретичних гіпотетичних конструкцій, що далеко виходять за межі емпіричних даних, і подальшу їх конкретизацію, уточнення, вдосконалення в процесі зіставлення з емпіричними даними. При цьому висуваються наукові твердження досить високого степеня загальності як теоретичних гіпотез в контексті цілісної теорії. Відповідно і емпіричне обгрунтування і перевірка цих тверджень у дусі гіпотетично-дедуктивного методу проводиться не ізольовано для кожного окремого твердження, а як узгодження системи

теоретичних тверджень з емпіричним базисом теорії. Здійснення вихідної ідеї гіпотетично-дедуктивного методу в рамках такої цілісної теоретичної системи, що співвідносить з емпіричним базисом, дозволяє говорити про гіпотетично-дедуктивну модель наукового знання. Уявлення про гіпотетично-дедуктивний метод в єдності з гіпотетично-дедуктивною теорією в рамках гіпотетично-дедуктивної моделі істотно модифікує саму ідею гіпотетично-дедуктивного методу. Емпіричним даним відповідає (або не відповідає) тут не окрема гіпотеза, а весь комплекс посилок і тверджень, що фіксують гіпотетично прийняту теоретичну модель. І встановлення цієї відповідності або невідповідності носить характер не емпіричної перевірки (як у випадку припущення, скажімо, «всі люди в даній будівлі розуміють українську мову»), а лише логічної узгодженості, несуперечності системи теоретичних посилок, емпірично перевіряються наслідки, при умові прийнятої емпіричної інтерпретації теорії. При цьому позитивна ситуація узгодження не зумовлює однозначного прийняття даної теоретичної конструкції, оскільки можуть бути інші концепції, які отримують подібне «підтвердження». Звідси виникає проблема критеріїв вибору серед «підтверджених» концепцій, зокрема критеріїв їх простоти, особливо т.зв. динамічної простоти в досить тривалому історичному періоді їх існування, розвитком ідеї якої є критерій т.зв. прогресивного і регресивного зрушення проблем. Негативна ж ситуація неузгодженості системи теоретичних припущень, у свою чергу, не тягне за собою відмови від теоретичної концепції, оскільки вона може бути подолана за рахунок перегляду будь-якого компонента системи. Завдяки цьому виникає методологічна проблема критеріїв ефективності, конструктивності подібного роду переглядів і усунення небажаних «спеціальних» допущень і «конвенціоналістских вивертів». Зберігаючи вихідну установку на рух «зверху» від гіпотетичної конструкції до емпіричних даних, сучасна концепція гіпотетично-дедуктивного методу

в міру свого розвитку далеко відходить від уявлень про радикальну емпіричної можливості перевірки в дусі примітивного фальсифікаціонізму і долає разом з тим неправомірне протиставлення контексту відкриття і контексту виправдання, властиве «стандартній концепції науки» прихильників логічного позитивізму.

ВИСНОВКИ

Проведене дослідження дозволяє зробити такі висновоки:

1. Аналіз психологічно-методичної літератури дозволив обґрунтувати актуальність теми дослідження, чітко виокремити предмет, об’єкт, мету та завдання дослідження.

2. Проведене дослідження дозволило уточнити категоріальний апарат дослідження: під дослідницьким методом ми розуміємо, що будь-який науковий пошук неодмінно супроводжується концепцією дослідження, під якою розуміють систему взаємопов’язаних наукових положень, які застосовуються для досягнення результату. Концепція може розкривати авторські теоретичні міркування, а може ґрунтуватися на загальноприйнятих наукових теоріях. В обох випадках покладені в основу наукового дослідження твердження є низкою понять, а не штучним набором окремих різнопланових суджень. Ці поняття відображають концептуальний зміст дослідження і до них відносять: тему, об’єкт, предмет, мету і завдання дослідження, наукову проблему, її обґрунтування, наукова новизна, теоретична і практична значущість.

Новизна в науковому дослідженні виконує функції:

а) констатуючу на рівні відкриття або винаходу. Така функція спирається на креативне мислення дослідника, евристичні методи вирішення проблеми та неординарне її бачення. Внаслідок проведеного дослідження отримують нові концептуальні твердження, теорії та підходи, що кардинально змінюють наукове знання;

б) розвиваючу на рівні розширення і поглиблення;

в) конкретизуючу на рівні деталізації;

г) доповнюючу на рівні уточнення.

3. Аспекти застосування діяльнісного підходу до навчання математики досліджували такі методисти, як: Ж.Адамар, В.Болтянський, М.Балк, Г.Балк, Г.Бевз, В.Бевз, М.Бурда, Б.Вікол, Л.Виготський,

Б.Гнеденко, С.Губа, Г.Дорофеєв, М.Жалдак, М.Игнатенко, Ю.Колягін, Ю.Келютник, М.Львов, М.Михалін, А.Мишкіс, К.Нешко, В.Опанасенко, В.Осинська, Ю.Палант, О.Первун, Дж.Пойа, С.Раков, Г.Саранцев, Є.Семенов, О.Скафа, С.Скворцова, В.Слєпкань, О.Співаковський, Н.Тарасенкова, В.Швець, М.Шкіль, В.Г.Моторіна.

Ці вчені зробили значний внесок у вивчення процесу навчання. Сформульовані та науково обгрунтовані ними важливі ознаки висвітляють різні аспекти складної структури цього процесу.

Також необхідно зазначити,що моніторинг якості освіти не завжди правдивий та актуальний.

Сучасним учителям необхідно розуміти, що на їх думку «перевірені методи» можуть бути застарілими та нецікавими для учнів. Зазначені вищі цінники слугують вибором теми дослідженням. Перевага діяльнісного методу полягає в тому, що дитина не отримує завдання у готовому вигляді,а здобуває їх сама у процесі власної навчально-пізнавальної діяльності.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Моторіна В.Г. Технологія підготовки вчителя математики до уроку / В. Г. Моторіна. – 2012. – С. 31-33с.
2. Кабанова-Меллер Е.Н. Приемы учебной работы и овладение ими / Е.Н.Кабанова-Меллер // Вопросы психологии. – 1980. –№ 4. – С. 145 - 150.
3. Богоявленский Д.Н. Психология усвоения знаний в школе / Д.Н. Богоявленский, Н.А. Менчинская. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 347 с.
4. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие школьников / Е.Н.Кабанова-Меллер. – М.: Наука, 1968. – 288 с.
5. Епишева О.Б. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учебной деятельности: Кн. для учителя / О.Б.Епишева, В.И.Крупич. – М.: Просвещение, 1990. – 128 с.
6. https://uk.wikipedia.org/wiki/ Діяльнісний_підхід
7. https://studfile.net/preview/5252778/page:2/
8. Воспитание учащихся в обучении математике / Сост. Л.Ф. Пичугин. – М.: Просвещение, 1987. – 174 с.
9. https://studopedia.ru/19_31812_komponenti-navchalnoi-diyalnosti.html
10. https://stud.com.ua/38820/psihologiya/ uzagalneni_harakteristiki_navchalnoyi_diyalnosti
11. Гальперін П. Я. Методи навчання і розумовий розвиток дитини / Гальперін П. Я. – М., 1985.
12. Тализіна Н. Ф. Педагогічна психологія [Електронний ресурс]. М "1998. URL: pedlib.ru/Books/1/0098/1_0098-l.shtml
13. https://stud.com.ua/38820/psihologiya/ uzagalneni_harakteristiki_navchalnoyi_diyalnosti

14. Бевз Г.П. Методика викладання математики / Г.П. Бевз. – К.: Вища шк., 1998. – 242 с.
15. http://www.school57.kiev.ua/sites/default/files/files/ ПОЛОЖЕННЯ.pdf
16. Гальперін П. Я. Методи навчання і розумовий розвиток дитини. М., 1985.
17. Тализіна Н. Ф. Педагогічна психологія [Електронний ресурс]. М "1998. URL: pedlib.ru/Books/1/0098/1_0098-l.shtml
18. http://lib.mdpu.org.ua/e-book/ernestbook/temas/2_2.htm
19. https://knowledge.allbest.ru/philosophy/ 3c0b65635b2ac78a4c43a89521316c36_0.html
20. https://stud.com.ua/76530/psihologiya/ osnovi_teoriyi_galperina_poetapnogo_formuvannya_rozumovih_ponyat
21. http://lib.mdpu.org.ua/e-book/ernestbook/kurs/lect5.htm
22. Математика. Розвиток творчих здібностей школярів. — Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2007.
23. Возняк Г. Вивчення математики, 5 клас. Посібник для вчителя.
24. Возняк Г. Вчимося розв’язувати задачі. 5 клас.
25. Войтко В.І. Психологічний словник. – К., 1997. – С28 – 46.
26. Державна Національна програма «Освіта. України. XXI ст.» -- К.,2009
27. Державний стандарт загальної середньої освіти в Україні. Освітня галузь «Математика» Проект. – К.: вид-во «Ґенеза»,2009 – 63с.
28. Концепція базової математичної освіти в Україні. / Ін-т системних дослід. Освіти. – К., 1993 – 31с.
29. Концепція педагогічної освіти України. // Інформ Збірник мін. Освіти України. – 1999. -- №8 квітень
30. Психологічна підтримка творчості учня. – К.:Редакцій загально педагогічних газет, 2003ю – 128 с.

31. Рибалка В.В. Психологія розвитку творчої особистості . Навчальний посібник. – К.: Основа,1996. – 236.
32. Суельский Р.П. Підготовка майбутніх учителів до педагогічної творчості. – К.: 1992. – С.10 __58.
33. Слепкань З.И. Психолого-педагогические основы обучения матиматике : Метод. пособиею – К.: Рад-шк. 1988. – 238с.
34. Кабанова-Меллер Е.Н. Формирование приемов умственной деятельности и умственное развитие школьников/ Е.Н.Кабанова-Меллер. - М., 1968. - 288 с.
35. Кулько Б.А. Формирование у учащихся умений учиться: пособие для учителей/ Б.А.Кулько, Т.Д.Цехместерова. - М.: Просвещение, 1983.
36. Столяр А.А. Педагогіка математики/ А.А.Столяр. - М.:Высш. шк. 1985.-225 с.
37. Столяр А.А. Роль математики в гуманизации образования / А.А.Столяр // Математика в школе, 1990. - № 6 – с. 5-7.
38. Успенський М.Б. Взаимодействие педагогики и методики/ М.Б.Успенський //Педагогіка. 1993, №3, С.40
39. Хмара Т.М. Навчання учнів математичної мови: Метод. посібник/ Т.М.Хмара.- К.: Рад. шк., 1985. - 95 с.
40. Фридман Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе/ Л.М.Фридман.- М.: Просвещение, 1983. - 160 с.
41. Фройденталь Г. Математика как педагогическая задача: Книга для учителя / Г.Фройденталь, Н.Я. Виленкина (ред.), пер.с нем. А.Я.Халамайзера.- М.: Просвещение, 1983, -192 с.