

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХЕРСОНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет комп'ютерних наук, фізики та математики
Кафедра алгебри, геометрії та математичного аналізу**

ТЕКСТОВІ ЗАДАЧІ В КУРСІ АЛГЕБРИ (7-9 КЛАСІВ)

**Кваліфікаційна робота (проект)
на здобуття ступеня вищої освіти “бакалавр”**

Виконала: студентка 15-421 групи

Спеціальності 014.04 Середня освіта

(Математика)

Освітньо-професійної програми

Середня освіта (Математика)

Карпенко Світлана

Керівник к.ф.-м.н., доц. Бистрянцева А.М.

Рецензент старший викладач Черненко І.Є.

Херсон — 2020

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. Науково-методичні аспекти процесу розв'язання текстових задач	6
1.1. Сутність, роль і місце текстових задач в шкільному курсі математики.....	6
1.2. Аналіз наукової та методичної літератури з проблеми дослідження.....	14
РОЗДІЛ 2. Методика формування вміння вирішувати текстові задачі	19
2.1. Аналіз текстових задач зі шкільних підручників та посібників...19	
2.2. Етапи і методи навчання розв'язування текстових задач.....	23
ВИСНОВКИ	40
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	42

ВСТУП

Актуальність теми. На сучасному етапі розвитку суспільства неможливо уявити процес наукового пізнання без застосування математичного апарату, саме тому одним з головних завдань математичної освіти є забезпечення математичної грамотності школярів, тобто забезпечення готовності і здатності учнів вирішувати життєві завдання за допомогою математики.

Сучасні умови розвитку інформаційного суспільства, зростання обсягу інформації, що аналізується та засвоюється індивідами, в тому числі учнями закладів загальної середньої освіти, ставлять перед системою освіти вимогу вибудувувати оновлену стратегію математичної освіти. Розвиток вітчизняної системи освіти потребує розв'язання соціально важливого завдання — забезпечити формування готовності школярів до успішного повноцінного життя в умовах суспільства, що постійно змінюється.

Нормативні документи Міністерства освіти і науки України визначають мету освітньої галузі «Математика», вбачаючи її у формуванні в здобувачів освіти математичної компетентності на рівні, який стане достатнім для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі; оволодіння знаннями, пов'язаними з іншими освітніми галузями у процесі навчання в закладі освіти, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх культури мислення та мовлення, інтуїції, пам'яті, уваги, логіки.

Серед завдань галузі значної уваги заслуговують ті, які передбачають практичну спрямованість навчання математики та використання математичних методів у процесі розв'язування задач навчального і практичного призначення. Надзвичайно важливо навчитись застосовувати математичні знання і вміння при опануванні інших навчальних предметів, використовувати отриману інформацію в повсякденному житті.

Значну роль не лише в математичній освіті, а й в загально-психологічному та особистісному розвитку учнів, мають текстові задачі та уміння їх розв'язувати. Так оволодіння конкретними математичними відомостями, які необхідні для практичної діяльності людини, досягається навчанням математики через розв'язування задач, а формування уявлень про ідеї і методи математики досягається складанням математичної моделі ситуації, яка описана природною мовою.

З допомогою математики відбувається розвиток власного стилю мислення особистості, який досягається складанням математичної моделі ситуації. Не варто забувати про виховання особистості, яке відбувається в процесі освоєння математики, і здійснення математичної діяльності, яке досягається при розв'язуванні задач.

Текстові задачі наскрізною лінією проходять через весь шкільний курс математики. Перед педагогом на кожному етапі навчання математики постає проблема формування в учнів умінь розв'язувати текстові задачі. Це пов'язане і з запровадженням у школах перевірки знань та вмінь учнів у формі державної підсумкової атестації, і, відповідно, роль текстових задач зростає, так як у завданнях присутні текстові задачі, які є переважно у третій та четвертій частинах.

Об'єкт дослідження — процес навчання алгебри в курсі математики в 7-9 класах.

Предмет дослідження — методи розв'язування текстових задач в процесі навчання алгебри в 7-9 класах.

Мета дослідження — дослідити методичні особливості формування вміння розв'язувати текстові задачі.

Відповідно до мети, об'єкту та предмету дослідження було сформульовано такі **завдання дослідження**:

1. Проаналізувати навчально-методичну літературу з досліджуваної проблеми та визначити сутність, роль і місце текстових задач в шкільній програмі.
2. Провести огляд чинних підручників з алгебри для 7-9 класів, а також типових текстових задач державної підсумкової атестації.
3. Проаналізувати етапи навчання і методи розв'язування текстових задач.

РОЗДІЛ 1

НАУКОВО-МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ПРОЦЕСУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ТЕКСТОВИХ ЗАДАЧ

1.1. Сутність, роль і місце текстових задач в шкільному курсі математики

Процес навчання математики нерозривно пов'язаний з розв'язуванням задач, яким відведена особлива роль. З одного боку, вони представляють собою специфічний розділ програми, матеріал якого має бути засвоєний учнями, а з іншого — виступають дидактичним засобом навчання, виховання і розвитку школярів. Таким чином, задачі у навчанні математики водночас є і об'єктом вивчення, і засобом навчання.

Вміння розв'язувати задачі вимагає від учнів знань певних життєвих ситуацій, залежностей (відношень) між величинами, розуміння суті арифметичних дій, знань прийомів обчислень, загальних правил причинно-наслідкових зв'язків, суті та структури задачі тощо [48].

Розв'язування математичної задачі представляє собою процес встановлення зв'язків між величинами, заданими за умовою, та шуканими величинами; формулювання зв'язків математичною мовою з використанням арифметичних дій; виконання послідовності зазначених дій з метою відшукування числових значень шуканих величин. Основним завданням педагога є навчити учнів знаходити зв'язки між величинами і добирати їх послідовність для визначення невідомого числового значення [48].

У літературі з психології та педагогіки єдине трактування поняття «задача» є відсутнім. Підхід до зв'язку між суб'єктом і задачею є визначальним при тлумаченні поняття авторами. В кібернетиці, дидактиці та методикі навчання математики задача розглядається як ситуація зовнішньої діяльності, що запропонована окремо від суб'єкта діяльності. Тому зазвичай задача представляється як будь-яка вимога

виконати обчислення, перетворення, побудову; провести доведення або дослідження чого-небудь, що має відношення до просторових форм або кількісних відношень; або запитання, яке буде рівносильним такій вимозі. В психології задача розглядається як мета, задана в певних умовах, як особлива характеристика діяльності суб'єкта. Задача тут тлумачиться як суб'єктивне психологічне відображення тієї зовнішньої ситуації, в якій розгортається цілеспрямована діяльність суб'єкта [3].

У шкільній практиці під задачею в широкому сенсі розуміють не тільки текстову, сюжетну задачу, а й будь-яку вправу чи приклад. В дидактиці та методиці навчання математики задача розглядається як ситуація зовнішньої діяльності, яка пропонується окремо від суб'єкта діяльності. Узагальнюючи існуючі означення, можна виділити наступні, які найкраще розкриватимуть сутність понять:

«Задача — це вимога виконати що-небудь, або запитання, рівнозначне такій вимозі.

Математична задача — будь-яка вимога обчислити, побудувати або довести що-небудь методами математики» [40].

«Текстова задача — відображення ситуації, близької до життєвої, практичної, в якій описується кількісний аспект реального явища чи події і міститься вимога знайти невідоме значення певної величини» [44].

Текстова математична задача займає центральне місце у програмах із математики, які використовуються в закладах освіти. Оскільки вона передбачає застосування отриманих на уроках математики знань у різноманітних життєвих ситуаціях, здійснення реалізації міжпредметних зв'язків тощо.

Часто замість терміна «текстова математична задача» використовують термін «сюжетна задача». Він означає математичну задачу, яка описує певний життєвий сюжет, а саме кількісний бік реальних процесів, явищ та ситуацій і міститься вимога знайти шукану величину за даними в задачі величинами та зв'язками між ними. Вони

виступають як дидактичний засіб не тільки навчання, розвитку учнів, а й виховання [42]. А одним з основних компонентів виховного аспекту уроку є розумове виховання.

Таким чином, зазвичай розрізняють чотири основні функції текстових задач. Наведемо їх опис у табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Основні функції текстових задач

Функція	Опис
Навчальна	Формування у учнів системи математичних знань, навичок і умінь на різних етапах навчання
Розвивальна	Розвиток мислення школярів, формування в них розумових дій і прийомів розумової діяльності, просторових уявлень, влгоритмічного мислення тощо
Виховна	Формування в учнів наукового світогляду, сприяє економічному, екологічному й естетичному вихованню, розвиває пізнавальний інтерес, позитивні риси особистості
Контрольна	Встановлення навчаєності, рівня загального і математичного розвитку, стану засвоєння навчального матеріалу окремими учнями і класом загалом

Реалізація кожної із наведених функцій неможлива ізольовано від усіх інших, але для кожної конкретної задачі вчитель має виділити функцію, яка відіграватиме роль основної, та намагатися перш за все реалізувати її. У багатьох роботах науковців [3; 36; 42] зазначено, що задачі мають не тільки і не стільки сприяти закріпленню знань, тренуванню в їх застосуванні, скільки формувати дослідницький стиль розумової діяльності, метод підходу до явища, що вивчаються.

На сьогодні існують різні підходи до класифікацій текстових задач.

Перш за все, шкільні задачі різняться за характером своїх об'єктів:

- практичні (реальні) — хоча б один об'єкт є реальним предметом;
- математичні.

За Слєпкань З.І. в залежності від вимоги, поставленої в задачі, виділяються задачі на обчислення, доведення, побудову і дослідження [46].

У задачах на обчислення передбачається знаходження числа (або множини чисел) за числами та умовами, що задані та пов'язують їх із невідомими величинами. До них відносять різноманітні приклади та текстові задачі.

Задачі на доведення передбачають доведення деякого сформульоване в умові твердження.

До задач на побудову відносяться геометричні задачі, в яких вимагається побудувати яку-небудь фігуру, що задовольняє умову задачі, а також завдання, якими передбачена побудова перерізів многогранників та інших стереометричних тіл, діаграм, графіків функцій [46].

Як зазначає в своєму дослідженні [48] Шаповал І., для кожного виду текстових задач можна сформулювати узагальнені підходи до процесу розв'язування. *Задачі на планування і сумісну роботу* посідають значне місце у дослідженнях методистів. До основних компонентів текстових задач зазначеного типу відносяться:

- робота, що виконується в задачі (A);
- час, який потрібний на виконання зазначеної роботи (t);
- продуктивність праці (S), яка визначає роботу, яку можливо виконувати за одиницю часу.

Між описаними компонентами задачі існує залежність, яка виражається формулою:

$$S = \frac{A}{t}.$$

Можливо виділити декілька різних типів задач на спільну роботу та планування.

До задач на спільну роботу відносять задачі, в яких необхідно:

- обчислити невідомий час виконання роботи;
- знайти шлях, який пройшли тіла, які рухаються. В цьому

випадку його розглядають як спільну роботу.

Задачі на планування поділяють на задачі, які передбачають:

- визначення обсягу виконуваної роботи;
- знаходження продуктивності праці;
- знаходження часу, який був витрачений на виконання

запланованого обсягу роботи;

– використання кількості працівників, що працюють над роботою, в умові замість часу, потрібного на виконання роботи [22].

Лев А.Я. [24] пропонує ділити текстові задачі на такі типи:

- задачі на спільну роботу

Приклад. Двоє робітників за зміну виготовляють 68 деталей.

Після підвищення продуктивності праці першого робітника на 20%, а другого — на 15 %, за зміну разом вони стали виготовляти 92 деталі. Яку кількість деталей виготовлятиме за зміну кожен робітник після підвищення продуктивності праці? [24]

- задачі алгебраїчного змісту

Приклад. Деяке двоцифрове число помножили на суму його цифр.

В результаті отримали число 405. Потім число, яке записали тими ж цифрами у зворотному порядку, помножили на суму його цифр і отримали 486. Знайти дане двоцифрове число.

- задачі фізичного змісту

Приклад. Пасажирський поїзд за годину проїжджає 60 км, а товарний — 40 км. Якою є відстань між двома містами, якщо пасажирський долає її на 2 год 15 хв швидше, ніж товарний [24].

- задачі геометричного змісту

Приклад. Периметр прямокутника дорівнює 38 см. На суміжних сторонах прямокутника побудовано квадрати. Сума площ цих квадратів становить 128 см^2 . Обчислити сторони прямокутника [24].

– задачі з параметрами.

Приклад. По колу заданого радіуса R рівномірно і в одному напрямі рухаються дві точки. Перша точка проходить повний оберт на t с швидше, ніж друга. Між двома послідовними зустрічами точок проходить T с. Обчислити швидкість руку кожної точки [24].

Навчальною програмою з математики для загальноосвітніх навчальних закладів, 5—9 класи (затверджена Наказом Міністерства освіти і науки України від 07.06.2017 № 804) регламентоване застосування текстових задач у процесі вивчення дисципліни. Їх розв'язування супроводжує вивчення всіх тем, які передбачені чинною програмою. Особлива увага приділяється розв'язуванню текстових задач під час вивчення таких тем, як «Лінійні рівняння та їх системи» та «Квадратні рівняння».

Згідно з чинною програмою з математики, розв'язування текстових за допомогою рівнянь передбачено вже на початку 5 класу, однак захоплюватися алгебраїчним методом розв'язування таких задач не варто. Це пов'язано з віковими особливостями учнів, а саме із ще не сформованим вмінням абстрактно мислити. Крім того, учні 5-6 класів ще не володіють навичками, необхідними для якісного опанування алгебраїчного методу розв'язування задач, такими як вираження невідомих величин через відомі, бачення двох однакових величин, виражених різним способом, виконання тотожних перетворень виразів зі змінною [44].

Таким чином, в 5-6 має переважати арифметичний спосіб розв'язування задач, а вже починаючи з 7 класу — метод рівнянь. Для успішного оволодіння алгебраїчним методом розв'язування текстових задач варто у 5-6 класах цілеспрямовано формувати важливі навички,

такі як запис у вигляді виразу словесно сформульованих залежностей та складання рівностей.

Формуванню зазначених навичок буде сприяти виконання вправ типу:

- Різниця двох чисел дорівнює 27. Відемник дорівнює x . Записати зменшуване буквеним виразом.
- В одному ящику a кг яблук, а в іншому — на 4 кг більше. Яка маса яблук в обох ящиках?
- Власна швидкість теплохода дорівнює x км/год, швидкість течії річки 3 км/год. Якою є швидкість руху теплохода за течією? Яку відстань він долає за 5 годин руху за течією?

Отже, в сучасній шкільній математичній освіті активно застосовується розв'язування текстових задач алгебраїчним способом у навчанні математики з метою:

- 1) сформулювати в учнів загальний підхід, уміння і здібності до розв'язування будь-яких задач;
- 2) забезпечити усвідомлення і більш глибоке оволодіння поняттями, що вивчаються на заняттях з математики, та деякими загальнонауковими поняттями;
- 3) підготовку до формування вмінь виконувати математичне моделювання реальних процесів;
- 4) розвинення мислення учнів, їх кмітливості та творчого потенціалу.

Важливо, що метою розв'язування задач є не лише отримання відповіді, а й оволодінням навичками щодо способів її знаходження. Особливу увагу також варто приділяти і заключному етапу розв'язування задачі, а саме проведенню аналізу, дослідження отриманого розв'язку та його осмислення.

Задачі мають широке використання при створенні проблемної ситуації на уроці на етапі вивчення нових математичних понять і методів. У підручниках з алгебри з використанням текстових задач

створюються проблемні ситуації, які можуть бути використані при введенні нових типів рівнянь та методів їх розв'язування.

Проте використані з цією метою задачі не завжди можна вважати вдалимими, бо створення проблемної ситуації повинно бути пов'язане з подоланням певних труднощів, організацією пошукової діяльності учнів. Якщо ж використовувати з цією метою відомий учням матеріал, то ніякої проблемної ситуації не виникає. Кожна розв'язувана задача повинна збагачувати знання і досвід учнів, навчати їх математичної діяльності. Для розвитку вміння розв'язувати задачі важливе значення має актуалізація набутих знань під час розв'язування нових задач. Мова йде про вибір з минулого досвіду потрібних відомостей і методів та використання їх у нових умовах. Але цей процес не відбувається автоматично, прийомам математичної діяльності під час розв'язування задач учнів треба навчати [19].

Допоміжним засобом для учня в цій діяльності виступає підручник. В підручниках подаються детальні пояснення та зразки до розв'язування задач за допомогою складання рівнянь. Такі приклади виступатимуть для учнів вже готовими алгоритмами, які лаконічно визначають послідовність та суть кроків, виконання яких приводитиме до необхідного результату — розв'язку задачі.

Отже, математика нерозривно пов'язана з розв'язуванням задач. Текстова математична задача обіймає чільне місце у навчальних планах шкільного курсу математики. Такі задачі спрямовані на застосування набутих математичних знань на практиці, зокрема у різноманітних життєвих ситуаціях. Навчальні програми з математики підкреслюють той факт, що розв'язування текстових задач супроводжує вивчення всіх тем, передбачених програмою.

1.2. Аналіз наукової та методичної літератури з проблеми дослідження

На сучасному етапі розвитку шкільної освіти проблема формування в учнів умінь розв'язувати текстові математичні задачі є достатньо актуальною. Ідея здійснювати навчання учнів через розв'язування задач до теперішнього часу не втрачає значення. Розв'язування задач слугує найефективнішою формою діяльності не лише при розвитку математичної діяльності учнів, а й під час засвоєння ними нових знань, оволодіння методів та формування навичок розв'язування задач. Саме на розв'язування задач в закладах середньої освіти виділяється приблизно половина часу, який відведений навчальними планами на вивчення математики. Це підтверджує і значна кількість наукових, науково-методичних праць вчених та педагогів-методистів.

Дослідженню цієї проблеми присвячені роботи таких науковців як Богданович М., Бевз Г., Бурда М., Істоміна Н., Колягін Ю., Скворцова С. та інших [1; 4; 19; 44; 45].

Власне текстову задачу, її роль та процес розв'язування досліджували М. Богданович [3] та Г. Непомняща [40]. Аналіз структури задачі у своїх працях здійснювали В. Сілков та А. Рибалко [43].

Усі вчені, що розробляли проблему навчання розв'язування сюжетних задач, однак, в тому, що кінцевою метою такого навчання має бути формування в учнів загального умінь розв'язувати задачі.

Психологічний та методичний аспекти процесу розв'язування задач були досліджені З. І. Слєпкань, Л. Л. Гуровою, С. Д. Максименко, Є.І. Машбиць, Л.М. Фрідман та іншими [46; 47; 49].

До проблематики розв'язування задач під час вивчення математики постійно звертаються методисти. Особливу увагу розв'язуванню задач як засобу розвитку мислення, формуванню системи математичних понять, добору задач до підручників у середній школі приділяли Г. П. Бевз, Ю. М. Колячин, І. Ф. Тесленко, А. А. Столяр, Л. М. Фрідман та інші [1; 19; 47].

Багато відомих вчених наголошували на тому, що в математиці задачі відіграють чи не найважливішу роль. Наприклад, С. І. Шохор-Троцький запропонував навіть спеціальний метод навчання (метод доцільних задач), в якому основну роль відводив розв'язуванню задач [41].

В роботах методиста Ткаченко О.Д. позитивно оцінена наукова та практична значущість праць з даної проблеми. Але разом з тим відзначається недостатня робота по ряду аспектів, що відповідають за процеси формування вмінь розв'язувати текстові задачі. Можна виділити серед них недостатність обсягу теоретичних знань про саму задачу та процес її розв'язування; невизначеність щодо рівня програмних вимог до формування в учнів умінь розв'язувати текстові задачі; добір завдань різних рівнів, які спрямовані на формування зазначених вмінь; способи раціонального поєднання фронтальної, групової та індивідуальної форми роботи на уроках математики при розв'язуванні задач в умовах диференційованого підходу до навчання у середній ланці школи [41].

Теоретичною основою створення методики формування в школярів загального вміння розв'язувати задачі є вимоги до процесу формування розумових дій, які забезпечують високу ефективність навчання навичок і вмінь, що сформульовані Л. Фрідманом, а також теорія поетапного формування розумових дій і понять П. Гальперіна, яка відповідає цим вимогам [47].

Скворцовою С. пропонується формування загальних вмінь розв'язувати задачі, взявши за основу операційний склад. Автором виділяються такі етапи:

- 1 етап — підготовча робота до введення поняття «задача»;
- 2 етап — ознайомлення з поняттям «задача», його структурними елементами та етапами її розв'язання;
- 3 етап — формування загального вміння розв'язувати будь-які задачі [45].

Слепкань З.І. зазначає, що ефективною методика навчання учнів розв'язуванню задач може бути лише за комплексного підходу до навчального процесу. Це означає, що має чітко визначатися мета навчання учнів розв'язування задач певного виду чи оволодіння певним методом, ретельно розроблятися система самих задач, які будуть розв'язуватись у класі і пропонуватися як домашнє завдання, мають доцільно вибиратися методи і організаційні форми роботи на уроці, засоби навчання, здійснюватися контроль стану сприймання учнями методів і способів розв'язування, набутих ними навичок і умінь [46].

У процесі розв'язування задач здійснюється як алгоритмічна, так і евристична діяльність. Значна кількість шкільних задач, зокрема алгебраїчних вправ, опорних задач на побудову, вправ на дослідження функцій, обчислення похідних та інтегралів, виконується за певними алгоритмами. Опанування учнями цих алгоритмів є важливим завданням навчання математики. Філософи стверджують, що немає кращого способу створити умови для творчої діяльності як бездоганне знання алгоритмів. Справді, розв'язування творчих, нестандартних задач зводиться, зрештою, до виконання відомих опорних задач, які розв'язуються за певними алгоритмами. На жаль, нерідко на уроці в школі та на вступних екзаменах до вищих навчальних закладів окремі учні знаходять спосіб розв'язування складної нестандартної задачі, але довести справу до кінця не можуть, оскільки забули розв'язування опорної задачі, до якої звелась нестандартна, або не можуть правильно розв'язати найпростіше, наприклад тригонометричне, рівняння.

Водночас навчити учнів розв'язувати задачі та вправи алгоритмічного характеру, лише пропонуючи їм готові алгоритми, не можна. Доцільніше організувати на прикладах розв'язування однієї-двох задач колективний пошук алгоритму [46].

Задача вчителя зводиться до формування вказаних складових мислення. Інструментом повинні бути цікаві задачі: задачі - головоломки, на міркування і здогадку, нестандартні задачі.

Без задач цікавого змісту, на думку Лобачевського Н.І., неможливим є успішне викладання. Він пов'язує це з тим, що цікавість повинна сприйматися як засіб, що є необхідним при збудженні та підтриманні уваги [41].

Автор пропонує матеріали цікавого характеру розбивати на три групи:

- матеріали, що є цікавими за своєю формою;
- матеріали, що є цікавими за своїм змістом;
- матеріали, що є цікавими за своєю формою і змістом.

Основу цікавості на уроках повинні складати завдання, безпосередньо пов'язані з програмним матеріалом.

Необхідно залучити учнів до творчого пошуку, активізувати їх самостійну дослідницьку діяльність. Часто мотивом для якісної навчальної діяльності учнів виступає наявність унікальної цікавої задачі. В процесі її розв'язування здійснюється розвиток та тренування мислення загалом, а також, зокрема, творче мислення учнів.

Нині у дослідженнях психологи, дидактики і методисти переконливо показали, що вміння школярів розв'язувати задачі прямо не залежить від кількості розв'язаних задач. Якщо навіть учень розв'язав багато задач, але в нього не сформований загальний підхід до задачі, аналізу її, пошуку плану розв'язування, самостійно розв'язувати задачі він не зможе [50].

Різноманітність нахилів, здібностей та інших психофізіологічних якостей учнів, значні відмінності в рівні їх попередньої підготовки, поглядах на навчання обумовлює необхідність індивідуального підходу в організації навчання, особливо при розв'язуванні текстових задач.

Індивідуальний підхід може проявляти себе при формулюванні до учнів конкретних запитань, які вчитель адресує окремим учням на уроці; в додаткових роз'ясненнях, які необхідні при проведенні самостійної роботи; в складанні різнорівневих задач для використання в самостійних роботах; рекомендації додаткової літератури для сильніших учнів, а

також допоміжної — для більш слабких; урахуванні особливостей тих, хто відстає у навчанні, зокрема в обережному використанні методу прилюдної критики та негативних оцінок.

Отже, математичні текстові задачі відіграють важливу роль у навчальному процесі. Перш за все, під час розв'язання задач, учні вчаться застосовувати набуті теоретичні знання для практичних потреб. Розв'язування математичних задач сприяє розвитку їх мислення і просторової уяви, адже при цьому доводиться аналізувати, зіставляти, застосовувати набутий життєвий досвід тощо. Розв'язування задач є одним з найефективніших методів розвитку мислення і уяви, і, крім того, за умови належної організації процесу, воно сприяє вихованню учнів, особливо таких рис, як сили волі, наполегливості та інших корисних якостей.

Текстові математичні задачі будуть особливо корисними з метою їх використання для активізації мислення учнів, розвитку їх творчого потенціалу. Для значної частини учнів зацікавленість математикою розпочинається із оволодіння вміннями розв'язувати задачі.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИКА ФОРМУВАННЯ ВМІННЯ РОЗВ'ЯЗУВАТИ ТЕКСТОВІ ЗАДАЧІ

2.1. Аналіз текстових задач зі шкільних підручників та посібників

Однією з найважливіших проблем шкільної математичної освіти є навчання учнів методам і способам розв'язування задач, самостійного пошуку розв'язку задач. Методи і способи розв'язування задач визначаються характером самих задач і тими знаннями та допоміжними засобами, якими учні володіють на певному етапі навчання.

У чинній програмі з математики для закладів середньої освіти України приділяється належна увага формуванню вмінь здобувачів освіти розв'язувати текстові задачі. Більш детально розглянемо місце текстових задач у найпопулярніших підручниках, які використовуються при викладанні математики в 5-9 класах.

Аналіз виконується на основі переліку підручників для 5-9 класів, рекомендованих Міністерством освіти і науки України станом на 2019 рік [39].

Підручники авторства Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. (як і Істер О.С.) для 5-9 класів представлені як варіантами для загальноосвітніх шкіл зі стандартною програмою навчання, так і для класів із поглибленим вивченням математики. Варто зазначити, що підручник доповнюється таким методичним матеріалом, як збірники задач та вправ, контрольних і самостійних робіт тощо.

5-6 класи:

- Математика. 5 клас. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. [30]

- Математика. 5 клас. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М., Бочко О.П., Коломієць О.М., Сердюк З.О. [25]
- Математика 5 клас. Істер О.С. [12]
- Математика 6 клас. Тарасенкова Н.А., Богатирьова І.М. [26]
- Математика 6 клас. Істер О.С. [13]
- Математика 6 клас. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. [31]

Проаналізувавши зазначені підручники, можна стверджувати, що текстові задачі зустрічаються у кожному розділі, розв'язування таких задач супроводжує вивчення всіх тем, передбачених програмою.

7 клас:

- Алгебра 7. Істер О.С. [14]

У цьому підручнику учні зустрічаються з текстовими задачами вже у §1 «Вирази зі змінними. Цілі раціональні вирази. Числове значення виразу» розділу 1 «Цілі вирази».

Особлива увага розв'язуванню текстових задач приділяється при вивченні теми «Лінійні рівняння як математичні моделі текстових задач» розділу «Лінійні рівняння та їх системи».

- Алгебра 7. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. [32]

Текстові задачі зустрічаються в темах «Лінійне рівняння з однією змінною», «Цілі вирази», «Функції», «Системи лінійних рівнянь з двома змінними».

8 клас:

- Алгебра : підруч. для 8-го кл. загальноосвіт. навч. закл. Істер О.С. [15] та Алгебра 8. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. [33]

Текстові задачі зустрічаються в темах «Раціональні вирази», «Квадратні корені. Дійсні числа», «Квадратні рівняння».

9 клас:

– Алгебра 9. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. [34] та Алгебра 9. Істер О.С. [16]

Текстові задачі зустрічаються в темах «Нерівності», «Квадратична функція», «Числові послідовності», «Основи комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики».

Особливу увагу на розв'язування текстових задач звертають при підготовці до перевірки (контролю) відповідності результатів навчання учнів вимогам державних стандартів загальної середньої освіти (на відповідному рівні освіти) у формі державної підсумкової атестації (ДПА).

Відповідно за затверджених Міністерством освіти і науки України вимог до змісту атестаційних завдань, текстова задача, що розв'язується за допомогою рівняння або системи рівнянь є невідомою складовою завдань ДПА 3 і 4 рівня.

Для прикладу розглянемо наступні збірники [23]:

- Збірник ДПА 2018 з математики. 9 клас. Істер О.С. [17]
- Збірник завдань для атестаційних письмових робіт з математики у 2019 році. 9 клас. Істер О.С. [18]

До складу 3 частини кожного варіанту цих збірників входять:

- текстова задача, що розв'язується за допомогою рівняння або системи рівнянь,
- система рівнянь,
- текстова планіметрична задача.

Збірник завдань Математика 9 клас Мерзляк А.Г. Державна підсумкова атестація 2017 [29].

У складі 3 частини кожного варіанту цього збірника:

- текстова задача, що розв'язується за допомогою рівняння або системи рівнянь,
- 2 завдання на дослідження функції,
- текстова планіметрична задача.

- Підсумкові контрольні роботи Математика 9 клас, Березняк М.В. У посібнику подано підсумкові контрольні роботи для підготовки до державної підсумкової атестації з математики. Посібник вміщує 30 варіантів завдань [2].

- Збірник завдань з математики для підготовки до державної підсумкової атестації в 9 класі. В.Г. Бевз, Д.В. Васильєва [1].

До складу 3 частини кожного варіанту цих збірників входять 4 завдання:

- текстова задача, що розв'язується складанням рівняння або системи рівнянь,
- система рівнянь / нерівність,
- спрощення виразу,
- текстова планіметрична задача.

Проведений аналіз дозволяє переконатися в тому, що текстові задачі надійно інтегровані в усі теми курсу шкільної математики з 5 по 9 класи.

Формат завдань державної підсумкової атестації наприкінці курсу основної школи (9 клас) передбачає наявність в них текстових задач різних типів. Зокрема, для виконання завдань достатнього та високого

рівнів (3 та 4 рівні) учень має продемонструвати вміння працювати з текстовими задачами, виконувати їх аналіз та знаходити розв'язок.

Аналіз завдань достатнього та високого рівнів зі збірників для ДПА показав, що допускається певна варіативність у кількості завдань та їх тематичній спрямованості: розв'язати систему рівнянь чи виконати 2 завдання на дослідження функції, або ж спростити вираз. Однак текстова задача, котру розв'язують рівнянням або системою рівнянь, а також текстова планіметрична задача — це обов'язкові компоненти перевірки знань наприкінці курсу математики основної школи загальноосвітніх навчальних закладів.

2.2. Етапи і методи навчання розв'язуванню текстових задач

Процес навчання розв'язуванню математичних текстових задач в загальноосвітній школі можна умовно розбивають на такі етапи (рис. 2.1).

Пропедевтичний етап. На пропедевтичному етапі до кінця початкової школи учні повинні знати:

- характерні риси текстової математичної задачі;
- різні способи оформлення короткого запису задачі;
- різні способи оформлення розв'язання задачі;
- про раціональний і нераціональний способи розв'язання задачі;
- про алгебраїчний метод розв'язання задачі [42].



Рис. 2.1 Етапи процесу навчання розв'язуванню текстових задач

Розрізняти:

- структурні елементи задач (умова, питання, дано, шукане).

Уміти:

- визначати, чи є задачею наведений текст;

- виділяти основні елементи задач;

- доповнювати наданий текст елементами, яких бракує, тим самим перетворивши його в задачу;

- встановлювати відповідність задач, наданих з різним формулюванням, замінити складне формулювання на більш просте;

- аналізувати текст задачі, починаючи з її запитання, та встановлювати необхідну для отримання її розв'язку кількість дій, їх сутність та порядок;

- записувати розв'язання задачі по діям з питаннями або поясненнями, а також складанням виразу для здійснення обчислення [42].

Емпіричний етап. Розв'язання текстових задач виступає традиційно одним з ключових та найбільш важливих видів навчальної діяльності для учнів 5, 6 класів. На цьому етапі їх сприйняття у здобувачів освіти розвивається логічне мислення, первинні навички

абстрагування, відбувається перше знайомство з математичним моделюванням.

При закінченні 6 класу учні вже повинні вміти розв'язувати такі передбачені програмою задачі:

- в яких передбачається розуміння відношень «більше на або в», «менше на або в»;
- із відомими залежностями між такими величинами, як швидкість, час, відстань; ціна, кількість, вартість тощо;
- з алгебраїчним методом розв'язування;
- з використанням методу пропорцій,
- три основні задачі на відсотки: знаходження заданого відсотка від величини; знаходження числа за відомим відсотком; знаходження відсоткового відношення двох величин [42].

Систематичний етап. До кінця 9 класу учні повинні вміти розв'язувати наступні задачі, передбачені програмою:

- задачі «на частини, суміші, відсотки»;
- задачі на рух, а саме:
 - задачі на зустрічний рух двох тіл;
 - задачі на рух двох тіл в одному напрямі (рух починається одночасно з різних пунктів, рух починається в різний час з одного пункту);
 - задачі на рух двох тіл в протилежних напрямках;
 - задачі на рух річкою [48].

– задачі, пов'язані з різними процесами (робота, наповнення басейнів тощо), з використанням арифметичного методу, алгебраїчного методу, а також деяких спеціальних методів, наприклад, геометричного [42].

Творчий етап. Вищим рівнем продуктивного мислення виступає саме творче мислення. До показників, які використовують для складання враження про творче мислення, відносять:

- оригінальність думки, можливість отримання відповідей, швидкість виникнення незвичайних асоціативних зв'язків;
- «сприйнятливість» до проблеми, її незвичне рішення;
- побіжність думки як кількість асоціацій, ідей, виникаючих в одиницю часу відповідно до деякої вимоги;
- здатність знайти нові, незвичні функції відповіді або його частини [50].

За можливості мислити творчо спостерігаються здібності до самостійної постановки проблеми, чутливість до наявних в знаннях недоліків, можливість самостійно будувати гіпотези про елементи, що відсутні у цих знаннях тощо.

За Яценко С.Є. [50] творча діяльність учнів буде залежати від наявності в мисленні таких компонентів:

1. Високого рівня сформованості елементарних розумових операцій: аналізу і синтезу, порівняння і аналогії, класифікації тощо;

2. Високого рівня активності і неординарності мислення, який проявляє себе в доборі різноманітних варіантів розв'язань поставленої проблеми та висуненні нестандартних ідей;

3. Високого рівня організованості мислення та його чітка цілеспрямованість, яка проявляє себе в умінні виділяти істотні риси в явищі та у свідомості власних способів мислення [50].

Отже, саме продуктивне мислення буде виступати найважливішим компонентом в процесі пізнавальної діяльності здобувачів освіти. Без його цілеспрямованого розвитку унеможлиблюється досягнення високих результатів в процесі оволодіння учнями системою математичних знань, умінь і навичок.

Методи розв'язування текстових задач в основній школі

Одним із найважливіших завдань навчання математики в закладах загальної освіти залишається навчити учнів використовувати пропоновані математичні методи, до яких перш за все відносять методи доведення теорем та розв'язування задач.

У методиці математики під методом розв'язування задач (як і доведення теорем) треба розуміти «сукупність прийомів розумової діяльності або логічних математичних дій та операцій, за допомогою яких розв'язується великий клас задач». Поняття «спосіб» розв'язування задачі визначають як «сукупність прийомів розумової діяльності або логічних і математичних дій та операцій, які використовуються у разі розв'язання окремої задачі або невеликої сукупності задач певного виду» [46].

У процесі пошуку способу розв'язування багатьох задач на обчислення, доведення використовують синтетичний і аналітичний, а інколи аналітико-синтетичний методи міркувань, які прийнято називати синтетичним, аналітичним і аналітико-синтетичним методами розв'язування задач відповідно [46].

Синтетичний метод найчастіше використовується в початковій школі та на заняттях з математики при розв'язуванні найпростіших задач в 5 та 6 класах.

Приклад.

Відстань між містами A і B дорівнює 288 км. З міста A до міста B виїхав автомобіль зі швидкістю 72 км/год. Одночасно з автомобілем з міста B до міста A виїхав велосипедист, який зустрівся з автомобілем через 3 год після виїзду. За який час подолає відстань між містами автомобіль? За який — велосипедист? [21]

Розв'язуючи задачу *синтетичним методом*, міркування проводять від умови задачі до шуканої величини, тобто відбувається виведення наслідків із даних, які задані за умовою.

Розв'язання:

1. Так як за умовою відомі швидкість автомобіля та відстань між містами, можна обчислити час, який витратив автомобіль:

$$288 : 72 = 4 \text{ (год).}$$

2. Наступним стане крок знаходження шляху, який до зустрічі проїхав автомобіль:

$$72 \cdot 3 = 216 \text{ (км).}$$

3. Обчислюємо відстань, яку проїхав велосипедист до моменту зустрічі з автомобілем:

$$288 - 216 = 72 \text{ (км).}$$

4. Знаходимо швидкість велосипедиста, так як вже відомою є відстань, яку він подолав, і час, який був витрачений на дорогу:

$$72 : 3 = 24 \text{ (км/год).}$$

5. Знаходимо час, який витратив велосипедист на подолання всієї відстані:

$$288 : 24 = 12 \text{ (год).}$$

Відповідь: на подолання всього шляху автомобілю знадобилось 4 год, а велосипедисту — 12 год.

Пошук розв'язку цієї ж задачі *аналітичним методом*. Діяльність вчителя і учня буде такою:

Вчитель	Учень
Які величини повинні бути відомими для відшукування відповіді на запитання задачі?	Необхідно знайти швидкість автомобіля та швидкість велосипедиста. Оскільки відома швидкість автомобіля та шлях, пройдений ним, то час руху автомобіля буде становити $288 : 72 = 4$ (год).
Що необхідно знати для обчислення швидкості велосипедиста?	Необхідно знайти відстань, яку подолав велосипедист за 3 години до моменту зустрічі
Як цей шлях знайти?	Необхідно знайти відстань, пройдену автомобілем до зустрічі. Різниця між відстанню між містами та знайденою відстанню і буде дорівнювати шляху, який проїхав велосипедист
Знаходимо шуканий шлях	$72 - 3 = 216$ (км); $288 - 216 = 72$ (км)
Як знайти швидкість велосипедиста?	Необхідно шлях, який він подолав до моменту зустрічі, поділити на витрачений на цей шлях час, тобто: $72 : 3 = 24$ (км/год)
Яким чином знайти час, витрачений велосипедистом, на всю відстань?	Необхідно відому відстань між двома містами розділити на знайдену швидкість велосипедиста: $288 : 24 = 12$ (год).

Відповідь: на подолання всього шляху автомобілю знадобилось 4 год, а велосипедисту — 12 год [40].

Аналітичний метод сприяє свідомому пошуку розв'язку задачі, вчить учнів здійснювати такий пошук самостійно. У старших класах аналітичний метод широко використовують для розв'язування стереометричних задач на обчислення об'ємів, площ поверхонь геометричних тіл. При цьому розв'язування починається із записування відповідної формули, за якою обчислюється шукана величина, а потім здійснюється пошук невідомих величин, які входять до формули.

Арифметичний метод. Розв'язати задачу арифметичним методом означає знайти відповідь на вимогу задачі за допомогою виконання арифметичних дій над числами. Одну і ту саму задачу можна вирішити різними арифметичними способами. Вони різняться один від одного логікою міркувань.

Розв'язання будь-якої задачі - процес складної розумової діяльності. Щоб оволодіти їм, треба знати основні етапи розв'язання задачі і деякі прийоми їх виконання.

Розв'язування задачі арифметичним методом включає такі основні етапи (рис. 2.2) [19]:

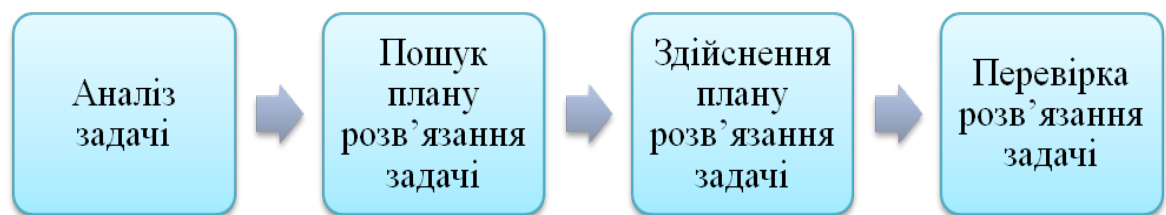


Рис. 2.2 Етапи розв'язування задачі арифметичним методом

Слід зазначити, що під час реального розв'язання задачі вказані етапи не мають чітких меж і не завжди виконуються з однаковою повнотою. Розглянемо далі кожний з цих етапів.

Аналіз задачі. Основне призначення — загальне розуміння описаної ситуації. Далі необхідно: виділити умови і вимогу; назвати відомі і шукані об'єкти; виділити всі відносини (залежність) між ними.

Розібратися в змісті задачі, вичленити умови і вимогу можна, якщо поставити спеціальні питання і відповісти на них, наприклад: Про що задача? Що потрібно знайти в задачі? Що є шуканим?

Пошук і складання плану розв'язання задачі.

Цей етап покликаний намітити послідовність дій. План розв'язання задачі — це лише ідея розв'язання, його задум. Може трапитися, що знайдена ідея невірна, і тоді треба знову повертатися до аналізу задачі і починати все спочатку. Під час розбору задачі треба звернути увагу на питання задачі і встановити (на основі інформації, отриманій під час аналізу), що саме буде достатнім дізнатися для відповіді на це питання. Для цього треба звернутися до умови і з'ясувати, чи наявні необхідні дані. Якщо вони відсутні, то встановити необхідну інформацію для знаходження бракуючих числових даних тощо. Потім складається план розв'язання задачі.

Здійснення плану розв'язання задач. Призначення даного етапу — знайти відповідь на вимогу задачі, виконавши всі дії відповідно до плану.

Для текстових задач що вирішуються арифметичним методом, використовуються наступні прийоми:

- запис по діях (з поясненнями, без пояснення, з питаннями);
- запис у вигляді виразу.

Перевірка розв'язання задачі. Цей етап призначений встановити правильність або хибність виконання розв'язання.

Арифметичний метод розв'язання задач може бути загальним методом. Він являє собою певну сукупність прийомів міркування, кожен з яких застосуємо для конкретного типу задач.

Приклад. Співають в хорі і займаються танцями 82 студенти, займаються танцями і художньою гімнастикою 32 студента, а співають в хорі і займаються художньою гімнастикою 78 студентів. Скільки

студентів співають в хорі, займаються танцями і художньою гімнастикою окремо, якщо відомо, що кожний студент займається тільки чимсь одним? [19]

Розв'язання:

1-й спосіб:

1. $82 + 32 + 78 = 192$ (студ.) — подвоєна кількість студентів, які займаються трьома видами діяльності (хор, танці, художня гімнастика);
2. $192 : 2 = 96$ (студ.) — студенти, які займаються трьома видами діяльності;
3. $96 - 32 = 64$ (студ.) — студенти, які співають в хорі;
4. $96 - 78 = 18$ (студ.) — студенти, які займаються танцями;
5. $96 - 82 = 14$ (студ.) — студенти, які займаються художньою гімнастикою.

2-й спосіб:

1. $82 - 32 = 50$ (студ.) — різниця між кількістю студентів, які співають у хорі та займаються гімнастикою;
2. $50 + 78 = 128$ (студ.) — подвоєна кількість студентів, які задіяні у хорі;
3. $128 : 2 = 64$ (студ.) — кількість студентів, які співають в хорі;
4. $78 - 64 = 14$ (студ.) — кількість студентів, які займаються художньою гімнастикою;

5. $82 - 64 = 18$ (студ.) — кількість студентів, які займаються танцями.

Відповідь: у хорі співає 64 студенти, займаються художньою гімнастикою — 14 студентів, танцями — 18 студентів.

Алгебраїчний метод. За допомогою цього методу забезпечується загальний підхід до аналізу і розв'язання досить широкого кола задач. Перш за все, відмінність алгебраїчного методу від арифметичного полягає у введенні невідомої величини і її спеціального позначення (зазвичай через x).

Отже, алгебраїчний метод передбачає дві схеми пошуку пошуку рівняння до задачі. Перша застосовується до розв'язання нескладних задач і виглядає наступним чином:

- 1) Позначити через x шукану величину (або одну із шуканих)
- 2) Виразити через x інші величини, про які йдеться у змісті задачі
- 3) Спираючись на залежність між відомими і невідомими величинами, скласти рівняння [46].

Друга схема зручна для розв'язання складних задач:

- 1) з'ясувати, виходячи зі змісту задачі, значення яких величин можна прирівняти;
- 2) вибрати невідому і позначити її буквою x ;
- 3) виразити через x значення величин, які прирівнюватимуться;
- 4) скласти рівняння [46].

У залежності від вибору невідомого (невідомих) для позначення буквою (буквами), та від ходу міркувань можна скласти різні рівняння для однієї і тієї ж задачі. В такому випадку можна говорити про різні алгебраїчні способи розв'язання цієї задачі.

Узагальнюючи цей підхід, розв'язання текстової задачі алгебраїчним методом складається з таких етапів (рис. 2.3).

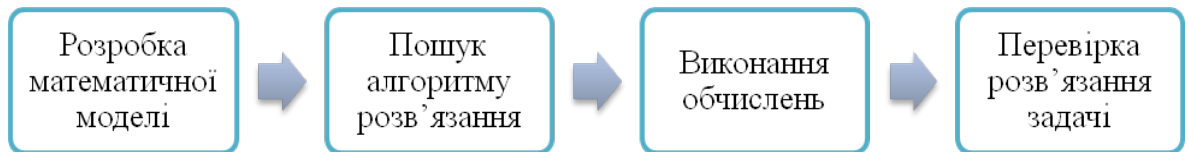


Рис. 2.3 Етапи розв'язування задачі алгебраїчним методом

Приклад. Робітник може зробити певне число деталей за три дні. Якщо він в день буде робити на 10 деталей більше, то впорається із завданням за два дні. Яка первинна продуктивність робітника і скільки деталей він повинен зробити? [19]

Розв'язання. 1-й спосіб:

Нехай x д/день — первинна продуктивність робітника. Тоді ($x + 10$) д/день — нова продуктивність, $3x$ д. — кількість деталей, які він повинен виготовити. Враховуючи умову задачі, маємо рівняння $3x = 2(x + 10)$. Розв'язавши отримане рівняння, отримуємо значення змінної $x = 20$. Отже, значення первинної продуктивності робочого складає 20 деталей в день, а виготовити він повинен 60 деталей.

2-й спосіб:

Нехай x деталей — кількість деталей, які повинен виготовити робітник, тоді $x/2$ д/день — нова продуктивність його роботи, ($x/2 - 10$) д/день — визначає його первинну продуктивність. Врахувавши умову задачі, маємо рівняння $x = 3(x/2 - 10)$. Розв'язавши отримане рівняння, отримуємо значення змінної $x = 60$. Робітник повинен виготовити 60 деталей, а його первинна продуктивність становить 20 деталей в день.

Відповідь: 20 деталей в день; 60 деталей.

Графічний метод розв'язання текстових задач.

Більшість алгебраїчних задач можна розв'язати за допомогою різних графіків, схем, діаграм. Геометричний метод розв'язання задач базується на основних поняттях планіметрії (точка, відрізок, довжина, площа, трикутник, прямокутник і інші), а також властивостях плоских

фігур і графіків елементарних функцій. Математична модель в цьому випадку являє собою або діаграму, або графік.

Діаграма — це креслення або малюнок, на якому умовно зображені у вигляді окремих фігур різні значення однієї і тієї ж величини або декількох порівнянних величин. Вона служить не тільки для зображення величин, але і для показу співвідношень між ними [37].

"Графік — це безліч точок (зазвичай деяка лінія) координатної площини. Графік використовується для зображення зв'язку між двома величинами, з яких одна є аргументом, а інша - функцією. Кожне значення аргументу є абсцисою деякої точки графіка, а відповідне значення функції - ординатою тієї ж точки. Для розв'язання конкретної задачі використовується один або декілька графіків на одному кресленні" [37].

Розв'язання задач геометричним методом здійснюється двома прийомами: конструктивним (чисто графічним) і обчислювальним (графічно_обчислювальним). За кожного з них використовуються різні способи розв'язання задач.

При розв'язанні задач конструктивним прийомом діаграма або графік накреслюються якомога більш точно по значенням величин, що входять до умови задачі. Креслення робляться в певному масштабі. Відповідь зазвичай отримуємо наближену, однак прийнятну для практичних цілей. Її знаходять за допомогою вимірювань довжин відрізків або інших елементів креслення, а часто просто «прочитують» з креслення.

Приклад. З двох міст A і B , відстань між яким 250 км, назустріч один одному виїхали два туристи. Швидкість руху першого дорівнює 20 км/год, а другого — 30 км/год. Через скільки годин туристи зустрінуться? [36]

Розв'язання. 1-й спосіб: Математична модель задачі може бути представлена у вигляді діаграми. Прийmemo довжину одного відрізка по вертикалі за 10 км, а довжину одного відрізка по горизонталі - за 1 год.

Відкладемо на вертикальній прямій відрізок АВ, рівний 250 км. Він буде зображати відстань між містами. Для зручності проведемо ще одну вісь часу через точку В. Потім на вертикальних прямих станемо відкладати відрізки шляху, пройдені кожним туристом за 1 год, 2 год, 3 год і т. д. З креслення бачимо, що через 5 год вони зустрінуться [36].

2-й спосіб: У прямокутній системі координат по горизонталі відкладемо час руху (в годинах), по вертикалі — відстань (в кілометрах) [36].

Приймемо довжину одного відрізка по вертикалі за 10 км, а довжину одного відрізка по горизонталі - за 1 год. Побудуємо графіки, що характеризують рух кожного туриста. Рух першого туриста визначається функцією $y = 20x$, другого - $y = 250 - 30x$. Абсциса точки їх перетину вказує, через скільки годин туристи зустрінуться. Ордината вказує, на якій відстані від пункту АО буде зустріч. Її значення дорівнює 100 [36].

Нестандартні способи розв'язання текстових задач

Розглянемо нестандартні способи розв'язання звичайних, так званих «стандартних», задач і задач олімпіадної та конкурсної тематики, спеціальні прийоми їх розв'язання, такі як переформулювання задачі, використання «зайвих» невідомих, розв'язання задач в загальному вигляді.

Переформулювання задачі. Відразу розглянемо **приклад:**

У зоомагазин продають великих і маленьких птахів. Великий птах вдвоє дорожче маленького. Леді, що зайшла в магазин, купила 5 великих птахів і 3 маленьких. Якби вона замість цього купила 3 великих птахи і 5 маленьких, то витратила б на 20 доларів менше. Скільки коштує кожний птах?[42]

Просте розв'язання задачі полягає у заміні кожного великого птаха двома маленькими, тобто в такому переформулюванні задачі, за якого відповідь нової задачі є відповіддю для першої задачі. Таким чином, нова задача має вигляд:

У зоомагазин продають великих і маленьких птахів. Великий птах вдвоє дорожче маленької. Леді купила 13 маленьких птахів. Якби вона замість цього купила 11 маленьких птахів, то витратила б на 20 доларів менше. Що стоїть кожний птах? [42]

Отже, перевага методу переформулювання полягає в тому, що він дозволяє обійтися без розв'язання систем рівнянь. Слід зазначити, що задач, в яких можливе таке переформулювання, не так багато, але вони зустрічаються і на конкурсному екзамені.

Приклад 2. Фабрика отримала замовлення на виготовлення 6000 деталей типу Р і 2000 деталей типу Q. Кожен з 214 робітників фабрики затрачує на виготовлення 5 деталей типу Р час, за який він міг би виготовити 3 деталі типу Q. Яким чином можна розділити робітників фабрики на дві бригади, щоб виконати замовлення за найменший час, за умови, що обидві бригади почнуть роботу одночасно і кожна з бригад буде зайнята виготовленням деталей тільки одного типу? [42]

Приклад 3. На оранці поля працювали 4 гусеничних трактори однакової потужності. Після того, як вони проробили 2 год, до них приєдналися ще 2 колісних трактора, після чого робота була закінчена за 2 год. Якби всі трактори почали працювати одночасно, то поле було б зоране за 3 год. Визначте, за скільки годин можуть зорати поле 2 гусеничних трактори і 2 колісних трактори, працюючи одночасно [42].

«Зайві» невідомі. Суть цього методу складається у введенні невідомих, значення яких не потрібно знаходити для отримання відповіді на питання задачі (а часто і неможливо знайти). При цьому задача може бути розв'язана без складання рівняння — обчисленням відношень зі скороченням «зайвого» невідомого, складанням рівняння або системи рівнянь, в яких кількість невідомих перевищує кількість рівнянь [42].

Розглянемо застосування цього методу на прикладах:

В деякій державі уряд виніс на всенародне голосування проект закону про заборону реклами спиртних напоїв і тютюну. Цей проект

підтримали 69% дорослих населення, що брав участь в голосуванні. Причому «за» проголосувало 94% жінок і 41% чоловіків. Кого серед тих, що голосували було більше - чоловіків або жінок? На скільки відсотків? [42]

Очевидно, що умов задачі недостатньо для встановлення числа чоловіків, що голосували і жінок. Нехай в голосуванні взяло участь m чоловіків і g жінок. Проект закону підтримало $0,41m$ чоловіків і $0,94g$ жінок, а всього $0,69(m + g)$ чоловік. Складемо рівняння: $0,41m + 0,94g = 0,69(m + g)$, з якого отримуємо $g = 1,12m$ [42].

Це означає, що серед жінок, що голосували було на 12% більше, ніж чоловіків [42].

Розв'язання задач в загальному вигляді застосовують у двох випадках:

- значення деяких величин, від яких залежить відповідь задачі, замінені буквами (тобто ми будемо оперувати не числовими значеннями, а буквенними),
- потрібно вирішити декілька однотипних задач, які різняться тільки значеннями величин [45].

Особливої уваги варте навчання учнів провідних методів розв'язування задач. Для прикладу розглянемо методику навчання методу рівнянь під час розв'язування текстових задач.

Шкільна практика свідчить про те, що хоч метод рівнянь вводитьися вже в 5 класі і використовується протягом всього наступного вивчення шкільного курсу математики, результати вступних випробувань до закладів вищої освіти беззаперечно доводять, що значна частина випускників недостатньо володіє цим методом.

Успішно аналізувати формулювання задачі учні можуть лише тоді, коли вони засвоїли її зміст. Для цього важливо вдало подати задачу учням. Це можна зробити по-різному. Якщо задача з підручника, то ефективніше, коли задачу вголос читає вчитель або один із учнів, а

решта стежать, як формулюється задача за підручником. Досвід свідчить, що найкраще, коли задача читається не менш як 2 рази. Доцільно, щоб учень, який розв'язуватиме задачу на дошці, після повторення змісту задачі й виділення умови і вимоги скорочено написав їх на дошці. Перші скорочені записи на дошці вчителі потрібно робити самому, пропонуючи зразок, що його наслідуватимуть учні. Для окремих задач умову і вимогу варто подати у вигляді таблиці або графічної ілюстрації [45].

Існують різноманітні організаційні форми щодо розв'язання задач. На уроці можливе:

- колективне фронтальне розв'язування задач,
- колективна робота окремих груп,
- самостійне розв'язування.

Готуючись до колективної фронтальної роботи, треба подумати і записати в конспекти систему запитань, що стосуються пошуку розв'язання. Серед них варто на прості запитання пропонувати відповідати слабкішим учням, щоб і їх залучити до процесу пошуку способу розв'язання задачі. Іноді спосіб розв'язання знаходять сильні учні, а реалізацію його на дошці доцільно запропонувати середньому чи слабкому учневі. Не можна допускати, щоб учні механічно переписували розв'язання задачі з дошки, не усвідомивши способу. Тому в процесі оформлення розв'язання можна пропонувати окремим учням пояснити, чому виконується та чи інша дія або яким має бути наступний крок розв'язання [46].

За групової форми організації розв'язування задач на уроці вчитель повинен підготувати для кожної групи набір задач відповідно до здібностей учнів групи і під час уроку контролювати діяльність кожної групи і надавати допомогу тій, яка більше її потребує. Інколи варто спеціально провести консультацію (3-5 хв.), в якій активну участь братимуть сильніші учні, а не лише вчитель [46].

Можливі різні форми організації самостійного розв'язування учнями задач на уроці. Це — самостійні роботи здебільшого навчального характеру, але інколи потрібні і контролюючого. Самостійні роботи можуть тривати цілий урок, але частіше — частину уроку. Залежно від мети такі роботи можуть проводитись на початку, в середині і наприкінці уроку. Інколи два учні розв'язують задачу на відкритих дошках, і відразу по закінченні допущені помилки виправляються. Можлива й усна фронтальна перевірка за етапами розв'язання задач і вправ [46].

Отже, до складу уміння розв'язувати текстові задачі в загальному випадку входять такі дії, як: аналіз задачі (виділення умов і вимог); встановлення суттєвих зв'язків між відомими і шуканими; виділення величин, значення яких прирівнюватимуться, позначення невідомої і подання потрібних величин через введену невідому; складання рівняння і його розв'язання; перевірка розв'язання задачі.

З огляду на той факт, що успішно аналізувати формулювання задачі учні можуть лише тоді, коли вони засвоїли її зміст, важливо правильно подати задачу учням, а також обрати форму організації роботи з текстовими задачами.

ВИСНОВКИ

У процесі виконання кваліфікаційної роботи було досліджено методичні особливості формування вміння розв'язувати текстові задачі та виконано такі завдання:

1. Здійснено аналіз навчальної, наукової та методичної літератури, присвяченої проблематиці формування в учнів 7-9 класів умінь розв'язування текстових задач на уроках математики. Визначені сутність, роль і місце текстових задач в шкільному курсі математики.

Текстова математична задача обіймає чільне місце у навчальних програмах шкільного курсу математики. Такі задачі спрямовані на застосування набутих математичних знань на практиці, зокрема у різноманітних життєвих ситуаціях. Навчальні програми з математики підтверджують той факт, що розв'язування текстових задач супроводжує вивчення всіх тем, передбачених програмою.

Описано основні функції текстових задач: навчальну, розвивальну, виховну та контрольну. Наведено різні підходи до класифікацій текстових задач.

2. Досліджено ряд чинних підручників з математики затверджених та рекомендованих Міністерством освіти і науки України, призначених для 7-9 класів загальноосвітніх закладів, та навчально-методичних посібників для підготовки до державної підсумкової атестації, яка проводиться наприкінці 9 класу. В її рамках, не зважаючи на певну варіативність у кількості завдань та їх тематичну спрямованість, текстова задача, яку розв'язують складанням рівняння або системи рівнянь, є обов'язковим компонентом перевірки знань.

3. Виявлено, що процес навчання розв'язуванню математичних текстових задач в загальноосвітній школі можна умовно розділити на такі етапи: пропедевтичний, емпіричний, систематичний, творчий. Уточнено передбачені програмою уміння учнів, які мають бути сформовані наприкінці кожного з етапів.

Найважливішим завданням навчання математики в школі є навчання учнів математичних методів, зокрема методів та способів розв'язування задач. Розглянуто такі методи розв'язування текстових задач, як синтетичний, арифметичний, алгебраїчний, графічний, а також нестандартні способи розв'язування текстових задач (переформулювання задачі, використання «зайвих» невідомих, розв'язування задач в загальному вигляді).

Наведено методичні рекомендації з організації роботи з текстовими задачами в 7-9 класах.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз В.Г., Васильєва Д.В. Збірник завдань з математики ДПА 2020. Харків: «Освіта», 2020. 80 с.
2. Березняк М.В. Підсумкові контрольні роботи Математика 9 клас. Тернопіль: «Підручники і Посібники», 2019. 64 с.
3. Богданович М.В., Козак М.В., Король Я.А. Методика викладання математики: Навч. пос. Тернопіль: Навчальна книга -Богдан, 2008. 336 с.
4. Бурда М. І. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики, 9 клас. Харків: Гімназія, 2010. 256 с.
5. Вигівська Л. Розв'язування задач за допомогою рівнянь. Алгебра, 7 клас. *Математика*. 2006. №16 (364). С. 3— 5.
6. Власенко О. І. Методика викладання математики. Загальні питання: навч. посібник. Київ : Вища школа, 1974. 208 с.
7. Глуценко Л. Задачі на відсотки. *Математика*. 2008. № 23 (467). С. 5_9.
8. Глуценко Л. Розв'язування текстових задач. *Математика*. 2008. №31_32 (475 - 476). С. 22_48.
9. Гоменюк Г. В. Методичні засади реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи: автореф. дис.... канд. пед. наук: 13.00.02. Київ, НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2016. 24 с.
10. Дубинчук О. С., Мальований Ю. І., Дичек Н. П. Методика викладання алгебри в 7 — 9 класах: посібник для вчителя. Київ : Радянська школа, 1991. 254 с.
11. Збірник задач і контрольних робіт з алгебри для 9 класу / Мерзляк А.Г. та ін. Харків: Гімназія, 2009. 128 с.
12. Істер О.С. Математика 5 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Київ : «Генеза», 2018. 288 ст.

13. Істер О.С. Математика 6 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Київ : «Генеза», 2014. 296 с.
14. Істер О.С. Математика 7 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Київ : «Генеза», 2015. 256 с.
15. Істер О.С. Математика 8 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Київ : «Генеза», 2016. 272 с.
16. Істер О.С. Математика 9 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Київ : «Генеза», 2017. 264 с.
17. Істер О.С., Єргіна О.В. Збірник ДПА 2018 з математики. 9 клас. Київ : «Генеза», 2017. 33 с.
18. Істер О.С., Єргіна О.В. Збірник ДПА 2019 з математики. 9 клас. Київ : «Генеза», 2019. 41 с.
19. Колячин Ю.М. Оганесян В.А. Учись решать задачи. М.: Просвещение, 1980. 96 с.
20. Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: методичний посібник / О. І. Глобін та ін. Київ: Педагогічна думка, 2015. 245 с.
21. Костевська Л. Задачі на спільну роботу. Алгебра, 8 клас. *Математика*. 2005. №10 (310). С. 14_15.
22. Крамор В.С. Готовимся к экзамену по математике. Москва: ОНИКС, 2008. 544 с.
23. Критерії оцінювання ДПА з математики 9 клас: Пояснювальна записка. URL: <http://ml-nikolaev.at.ua/news2019/DPAmatem9.pdf>.
24. Лев А. Я. Повторення курсу алгебри. Підготовка до ЗНО (розв'язування текстових задач). Львів: Управління освіти департаменту гуманітарної політики, 2013. 62 с.
25. Математика. 5 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Н.А. Тарасенкова та ін. Київ: «Освіта», 2018. 240 с.
26. Математика. 6 клас: підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Н.А. Тарасенкова та ін. Київ: «Освіта», 2014. 304 с.

27. Математика. Програма для загальноосвітніх навчальних закладів 5 - 12 класи. Київ : Ірпінь, 2005. 64 с.
28. Матяш О. І. Система задач на урок як засіб підвищення ефективності навчання геометрії в школі. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*. 2010. Вип. 26. С. 39-44.
29. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Збірник завдань з математики для підготовки до державної підсумкової атестації. Харків: Гімназія, 2017. 160 с.
30. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 5 клас : підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Харків: Гімназія, 2018. 272 с.
31. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 6 клас : підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Харків: Гімназія, 2014. 400 с.
32. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 7 клас : підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Харків: Гімназія, 2015. 256 с.
33. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 8 клас : підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Харків: Гімназія, 2016. 240 с.
34. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Математика. 9 клас : підруч. для заклад. загальн. середн. освіти. Харків: Гімназія, 2017. 272 с.
35. Методи і способи розв'язування задач. URL: http://lib.mdpu.org.ua/e-book/ernestbook/temas/6_2.htm.

36. Михайленко Л. Ф., Ковальчук М. Б. Розв'язування текстових задач як засіб формування математичної компетентності старшокласників. *Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання у підготовці фахівців: методологія, теорія, досвід, проблеми*. 2016. Вип.46. С.65-69.
37. Моторіна В. Г. Технологія підготовки вчителя математики до уроку: Навчальний посібник для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних навчальних закладів. Харків: Вид. Іванченко І. С., 2012. 318 с.
38. Навчальні програми для 5-9 класів. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-5-9-klas>.
39. Навчальні програми, підручники та навчально-методичні посібники, рекомендовані МОН України. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi-pidruchniki-ta-navchalno-metodichni-posibniki-rekomendovani-mon>.
40. Непомняща Г. І. Підготовка майбутнього вчителя до опрацювання задач під час вивчення освітньої галузі «Математика». *Вісник Глухівського національного педагогічного університету ім. О. Довженка. Серія: Педагогічні науки*. 2018. № 37. С. 196-202.
41. Розвиток критичного мислення учнів на уроках математики // Студентський науковий методичний збірник. Випуск 8. Вінниця : ВДПУ, 2018. 293 с.
42. Романишин І.Я. Математика. Методика роботи над текстовими задачами. Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2002. 152 с.
43. Силков В.В., Рибалко А.П. Аналіз структури задачі: 3б. статей. Розв'язування математичних задач у початкових класах. Київ: Радянська школа, 1986. С. 19-23.

44. Скворцова С. О. Підготовка майбутніх учителів початкових класів до навчання школярів розв'язувати сюжетні математичні задачі: монографія. Харків : Ранок-НТ, 2013. 332 с.
45. Скворцова С.О. Методика навчання розв'язування сюжетних задач у початковій школі. URL:
https://skvor.info/files/books/metodyka_navchannya_rozvyazuvannya_zadach-1.pdf.
46. Слепкань З. І. Методика навчання математики: підручник. К. : Вища шк., 2006. 582 с.
47. Фридман Л. М., Турецкий Е. Н. Как научиться решать задачи. Пособие для учащихся. М. : Просвещение, 1984. 175 с.
48. Шаповал І., Королюк О. М. Текстові задачі на сумісну роботу і планування в шкільному курсі математики. *Науковий пошук молодих дослідників: збірник наукових праць студентів, магістрантів та викладачів*. 2014. №. 7. С. 59-62.
49. Шелехова Л.В. Сюжетная задача как объект изучения. URL:
<http://cyberleninka.ru/article/n/syuzhetnaya-zadacha-kak-obekt-izucheniya>.
50. Яценко С.Є. Аналіз стану проблеми особистісно зорієнтованого навчання у психолого-педагогічній літературі. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія №3. Фізика і математика у вищій і середній школі*. 2005. №5 (12). С. 45 — 50.

**КОДЕКС АКАДЕМІЧНОЇ ДОБРОЧЕСНОСТІ
ЗДОБУВАЧА ВИЩОЇ ОСВІТИ ХЕРСОНЬСЬКОГО
ДЕРЖАВНОГО УНІВЕРСИТЕТУ**

Я, Карпенко Світлана Юрївна, учасник(ця) освітнього процесу Херсонського державного університету, УСВІДОМЛЮЮ, що академічна доброчесність – це фундаментальна етична цінність усієї академічної спільноти світу.

ЗАЯВЛЯЮ, що у своїй освітній і науковій діяльності **ЗОБОВ'ЯЗУЮСЯ**:

– дотримуватися:

- вимог законодавства України та внутрішніх нормативних документів університету, зокрема Статуту Університету;
- принципів та правил академічної доброчесності;
- нульової толерантності до академічного плагіату;
- моральних норм та правил етичної поведінки;
- толерантного ставлення до інших;
- дотримуватися високого рівня культури спілкування;

– надавати згоду на:

- безпосередню перевірку курсових, кваліфікаційних робіт тощо на ознаки наявності академічного плагіату за допомогою спеціалізованих програмних продуктів;
- оброблення, збереження й розміщення кваліфікаційних робіт у відкритому доступі в інституційному репозитарії;
- використання робіт для перевірки на ознаки наявності академічного плагіату в інших роботах виключно з метою виявлення можливих ознак академічного плагіату;

– самостійно виконувати навчальні завдання, завдання поточного й підсумкового контролю результатів навчання;

– надавати достовірну інформацію щодо результатів власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використаних методик досліджень та джерел інформації;

– не використовувати результати досліджень інших авторів без використання покликань на їхню роботу;

– своєю діяльністю сприяти збереженню та примноженню традицій університету, формуванню його позитивного іміджу;

– не чинити правопорушень і не сприяти їхньому скоєнню іншими особами;

– підтримувати атмосферу довіри, взаємної відповідальності та співпраці в освітньому середовищі;

– поважати честь, гідність та особисту недоторканність особи, незважаючи на її стать, вік, матеріальний стан, соціальне становище, расову належність, релігійні й політичні переконання;

– не дискримінувати людей на підставі академічного статусу, а також за національною, расовою, статевою чи іншою належністю;

– відповідально ставитися до своїх обов'язків, вчасно та сумлінно виконувати необхідні навчальні та науково-дослідницькі завдання;

– запобігати виникненню у своїй діяльності конфлікту інтересів, зокрема не використовувати службових і родинних зв'язків з метою отримання нечесної переваги в навчальній, науковій і трудовій діяльності;

– не брати участі в будь-якій діяльності, пов'язаній із обманом, нечесністю, списуванням, фабрикацією;

– не підроблювати документи;

– не поширювати неправдиву та компрометуючу інформацію про інших здобувачів вищої освіти, викладачів і співробітників;

– не отримувати і не пропонувати винагород за несправедливе отримання будь-яких переваг або здійснення впливу на зміну отриманої академічної оцінки;

– не залякувати й не проявляти агресії та насильства проти інших, сексуальні домагання;

– не завдавати шкоди матеріальним цінностям, матеріально-технічній базі університету та особистій власності інших студентів та/або працівників;

– не використовувати без дозволу ректорату (деканату) символіки університету в заходах, не пов'язаних з діяльністю університету;

– не здійснювати і не заохочувати будь-яких спроб, спрямованих на те, щоб за допомогою нечесних і негідних методів досягати власних корисних цілей;

– не завдавати загрози власному здоров'ю або безпеці іншим студентам та/або працівникам.

УСВІДОМЛЮЮ, що відповідно до чинного законодавства у разі недотримання Кодексу академічної доброчесності буду нести академічну та/або інші види відповідальності й до мене можуть бути застосовані заходи дисциплінарного характеру за порушення принципів академічної доброчесності.

21.04.2020

Світлана Карпенко